

## Física 2 – Soluciones del Primer Parcial

### Ejercicio 1

1. La fracción sumergida depende del cociente de densidades entre hielo y agua. Descomponemos el volumen de hielo ( $V_h$ ) en su parte sumergida ( $V_s$ ) y en la parte fuera del agua ( $V_f$ ),  $V_h = V_f + V_s$ . La masa de agua desplazada es  $\rho_a V_s$  y la masa de hielo es  $m_h = \rho_h V_h$ . Igualando el empuje al peso del hielo resulta

$$\rho_a V_s g = \rho_h V_h g \rightarrow \frac{V_s}{V_h} = \frac{m_s}{m_h} = \frac{\rho_h}{\rho_a} \approx 0,92$$

por lo que 92% del hielo (en masa o en volumen) se encuentra sumergido.

La altura  $h_1$  define el volumen ocupado por el agua y la porción sumergida del hielo:

$$Ah_1 = V_a + V_s = \frac{m_a}{\rho_a} + 0,92 \frac{m_h}{\rho_h} \simeq 4 \times 10^{-3} m^3 \Rightarrow h_1 \simeq 4 \text{ cm}$$

donde  $A = 0,1 \text{ m}^2$ .

2. Sistema aislado: *agua líquida + hielo*. El agua líquida entrega el calor  $-Q_a$  para fundir todo o parte del hielo. Ambos se suponen incompresibles: no hay trabajo.

$$m_f \ell + m_f c(T - 0^\circ\text{C}) + m_a c(T - T_i) = 0 \quad (1)$$

donde  $m_f$  es la masa de hielo que pasa a estado líquido. Deben considerarse las dos posibilidades:

- a) **Se funde todo el hielo.** Entonces  $m_f = m_h = 1 \text{ kg}$  es conocida y la temperatura de equilibrio  $T \geq 0^\circ\text{C}$ , por consistencia. En este caso, de la ec. (1), resulta  $T < 0^\circ\text{C}$ .
- b) **Solo se funde una masa  $m_f \leq m_h$  de hielo.** Entonces, el estado final es una mezcla de hielo y agua líquida a  $T = 0^\circ\text{C}$ . De la ec. (1) obtenemos  $m_f \simeq 0,57 \text{ kg}$ . Sobra una masa  $m_h - m_f \simeq 0,43 \text{ kg}$  de hielo.

3. El flujo másico de agua viene dado por

$$\dot{m} = \rho_a A_0 v \quad (2)$$

donde  $A_0 = 10^{-4} \text{ m}^2$  y  $v$  es la velocidad del agua al salir. Usando Bernoulli en una línea de flujo que comienza a profundidad  $y$  en el recipiente ( $v \approx 0$ ) con  $P = P_0 + \rho_a g y$  y termina inmediatamente después del orificio a  $P_0$ , obtenemos  $v = \sqrt{2gy}$  para la velocidad de salida. Por tanto, de la ec. (2) resulta

$$\dot{m} = \rho_a A_0 \sqrt{2gy} \quad (3)$$

El flujo másico se reduce a medida que sale agua y baja el nivel  $y$ . El máximo se da al inicio, con  $y = h_1 = 4 \text{ cm}$ . Evaluando (3) se obtiene  $\dot{m}_{max} \simeq 0,0885 \text{ kg/s}$ .

## Ejercicio 2

1. Normalización:

$$\int_4^{18} f(v) dv = 243 \Rightarrow C = \frac{3 \times 243}{1372} \simeq 0,5313 \text{ (m/s)}^{-3}$$

2. La velocidad más probable maximiza  $f(v)$ , de modo que

$$\left. \frac{df}{dv} \right|_{v=v_p} = 0 \Rightarrow v_p = 11 \text{ m/s}$$

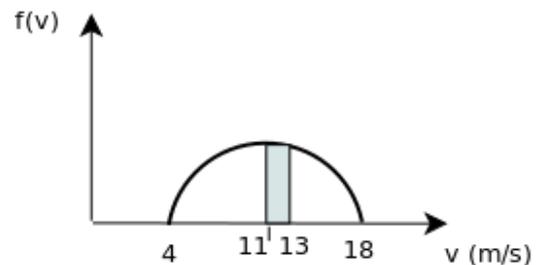
En forma exacta,

$$\int_{11}^{13} f(v) dv = 50,7$$

de modo que  $\approx 51$  ciclistas tienen  $v \in [11, 13]$  m/s.

Alternativamente, en forma aproximada, cerca de  $v = v_p$  podemos asumir que la función  $f$  es constante:  $f(v_p) = 26,0 \text{ (m/s)}^{-1}$ . El número de ciclistas buscado es aproximadamente

$$\Delta v \times f(v_p) \approx 2 \text{ (m/s)} \times 26 \text{ (m/s)}^{-1} \approx 52 \text{ ciclistas.}$$



Ambos resultados se consideran correctos.

3. La energía cinética media de traslación de un ciclista del pelotón es  $\bar{E} = \frac{1}{2}m\bar{v}^2$ . Calculamos

$$\bar{v}^2 = \int_4^{18} v^2 f(v) dv \simeq 130,8 \text{ (m/s)}^2 \Rightarrow v_{rms} = \sqrt{\bar{v}^2} = 11,4 \text{ m/s}$$

y resulta  $\bar{E} = \frac{1}{2}m\bar{v}^2 \simeq 5,9 \text{ kJ}$ .

## Ejercicio 3

Tenemos  $n = 1$  moles de un gas ideal diatómico y todos los procesos son cuasiestáticos. Los procesos A y C son isotermos, por lo que  $\Delta E = Q + W = 0$  y en un proceso  $(i) \rightarrow (f)$  resulta

$$W = -Q = - \int_i^f P dV = nRT \ln \left( \frac{V_f}{V_i} \right). \quad (4)$$

Los procesos B y D son adiabáticos, por lo que  $Q = 0$  y en un proceso  $(i) \rightarrow (f)$  resulta

$$\Delta E = W = - \int_i^f P dV = \frac{1}{\gamma - 1} (P_f V_f - P_i V_i) = n c_V (T_f - T_i) \quad (5)$$

con  $\gamma = c_P/c_V = 7/5 \simeq 1,40$  y  $PV^\gamma = cte$ .

1. Los estados 1 y 2 están sobre la isoterma  $T_1 = T_2 = 600\text{ K}$  y los volúmenes son conocidos ( $V_2 = 2V_1 = 2\text{ m}^3$ ), por lo que

$$P_1 = \frac{nRT_1}{V_1} \simeq 5.0\text{ kPa}, \quad P_2 = \frac{nRT_2}{V_2} = \frac{1}{2}P_1 \simeq 2.5\text{ kPa}.$$

Los estados 2 y 3 (4 y 1) están vinculados por un proceso adiabático por tanto  $P_2V_2^\gamma = P_3V_3^\gamma$  y  $P_1V_1^\gamma = P_4V_4^\gamma$ . En términos de  $T, V$  se cumple  $TV^{\gamma-1} = cte.$  por lo que para el proceso B,

$$V_3 = V_2 \left(\frac{T_2}{T_3}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} 2\text{ m}^3 \times 2^{2.5} \simeq 11.3\text{ m}^3$$

y para el proceso D,

$$V_4 = V_1 \left(\frac{T_1}{T_4}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} 1\text{ m}^3 \times 2^{2.5} \simeq 5.7\text{ m}^3.$$

Se conocen las temperaturas. Las presiones se obtienen a partir de la ecuación de estado,

$$P_3 = \frac{nRT_3}{V_3} \simeq 0.22\text{ kPa}, \quad P_4 = \frac{nRT_4}{V_4} \simeq 0.90\text{ kPa}.$$

En suma,

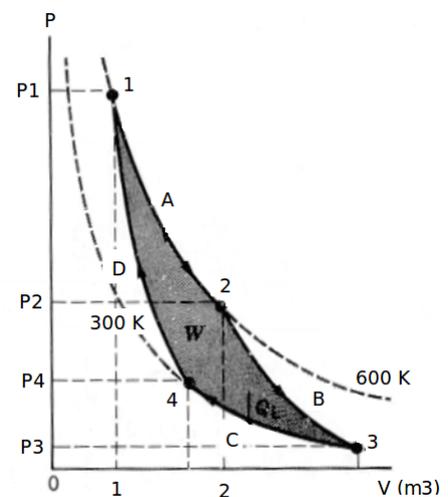
	1	2	3	4
P (kPa)	5.0	2.5	0.2	0.4
V (m <sup>3</sup> )	1.0	2.0	11.3	5.7
T (K)	600	600	300	300

2. Para los procesos isotermos (A y C) usamos la ec. (4) y para los adiabáticos (B y D) la ec. (5). Con los valores hallados en la parte 1 el resultado es:

	A(1:2)	B(2:3)	C(3:4)	D(4:1)
W (kJ)	-3.46	-6.25	1.73	6.25
Q (kJ)	3.46	0	-1.73	0

El trabajo neto intercambiado por el gas es

3.  $W = W_A + W_B + W_C + W_D \simeq -1.73\text{ kJ}$ , la energía sale del gas. El área encerrada por el ciclo A-B-C-D es  $|W|$ .



(solo un esquema)

## Pregunta 1

1. La opción (a) es correcta. Los termómetros tienen gases reales a densidad finita, por lo que se apartan un poco del comportamiento ideal y dan valores diferentes para la temperatura medida.
2. Se deben tomar varias medidas de la temperatura deseada, usando cantidades cada vez menores del mismo gas. Extrapolando al límite  $P \rightarrow 0$ , los gases de todos los termómetros estarán muy enrarecidos y se comportarán como un gas ideal,  $P = \rho RT$ , convergiendo en un único valor para la temperatura medida (escala de temperatura de gas ideal).

## Pregunta 2

De acuerdo al Teorema de Equipartición de la energía (y a lo demostrado en clase) un gas ideal tiene una energía cinética media por molécula de  $\frac{1}{2}kT$  por grado de libertad. Para  $f$  grados de libertad y un mol de gas, la energía cinética media es  $\bar{E} = \frac{1}{2}fRT$ , con  $R = N_A k = 8,314 \text{ J/mol K}$ . El calor específico molar a  $V=\text{cte}$ , ( $W = 0$ ) es

$$\tilde{c}_V = \frac{1}{2}fR$$

y (para un gas ideal) el calor específico molar a  $P=\text{cte}$  ( $W = -P\Delta V$ ), es

$$\tilde{c}_P = \tilde{c}_V + R = (f/2 + 1)R.$$

El calor entregado en cada caso para un cambio de temperatura  $\Delta T$  de  $n$  moles de gas es

$$Q_{V=\text{cte}} = n\tilde{c}_V\Delta T = \frac{1}{2}fR\Delta T, \quad Q_{P=\text{cte}} = n\tilde{c}_P\Delta T = (f/2 + 1)R\Delta T. \quad (6)$$

Con  $n = 1 \text{ mol}$  y  $\Delta T = 100 \text{ K}$ , la cantidad  $nR\Delta T = 0,8314 \text{ kJ}$ , de modo que el calor depende solo de los grados de libertad  $f$  activos en cada caso.

Para gases monoatómicos, solo se activan los grados de libertad de traslación ( $f = 3$ ). Para gases diatómicos, se activan además dos grados de libertad de rotación ( $f = 5$ ). Para moléculas poliatómicas, los grados de libertad de rotación son 3, por lo que  $f = 6$ . Se supone que a las temperaturas consideradas no se activan los grados de libertad de vibración. En suma, usando la ec. (6), los calores (en kJ) son:

	<i>He</i>	<i>O<sub>2</sub></i>	<i>CO</i>	<i>CH<sub>4</sub></i>
<i>f</i>	3	5	5	6
<i>Q</i> ( <i>V = cte</i> )	1.2	2.1	2.1	2.5
<i>Q</i> ( <i>P = cte</i> )	2.1	2.9	2.9	3.3

### Pregunta 3

El flujo molecular inicial se da como  $\Phi_0 = \frac{1}{4} \frac{N}{V} \sqrt{\frac{8kT_0}{\pi m}}$ , con  $T_0 = 300$  K. La temperatura de disociación molecular es  $T_d = 600$  K =  $2T_0$ .

A una temperatura justo antes de la disociación molecular,  $T = T_d - \epsilon$ , el flujo molecular aumentó a

$$\Phi_1 = \frac{1}{4} \frac{N}{V} \sqrt{\frac{8kT_d}{\pi m}} = \sqrt{2} \Phi_0.$$

Luego de la disociación,  $T = T_d + \epsilon$ , el flujo pasa a

$$\Phi_2 = \frac{1}{4} \frac{N'}{V} \sqrt{\frac{8kT_d}{\pi m'}} = 2\sqrt{2} \Phi_1 = 4\Phi_0,$$

ya que  $N' = 2N$  y  $m' = m/2$ . A cierta temperatura  $T_3$  el flujo será  $5\Phi_0$ ,

$$\Phi_3 = \Phi_2 \sqrt{\frac{T_3}{T_d}} = 4\Phi_0 \sqrt{\frac{T_3}{T_d}} = 5\Phi_0 \Rightarrow T_3 = \left(\frac{5}{4}\right)^2 T_d = 937.5 \text{ K}.$$

