

Primer Parcial de Física 2

29 de setiembre de 2010

Soluciones

Ejercicio 1

- (a) la masa molecular del O_2 es $m = w/N_A = 5,16 \times 10^{-26}$ kg. La velocidad cuadrática media de sus moléculas es

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \simeq 490 \text{ m/s}$$

- (b) Sea $v'_{rms} = \sqrt{\frac{3kT'}{m'}}$ la velocidad cuadrática media de las moléculas de He.

Entonces $v'_{rms} = v_{rms} \Rightarrow T' = \frac{m'}{m} T$ y con $\frac{m'}{m} = \frac{w'}{w} = \frac{1}{8}$, resulta $T' = \frac{1}{8} T = 37,5 \text{ K}$

La presión del He resulta de la ecuación de estado $P' = \rho' k T' \simeq 1,6 \text{ Pa}$.

- (c) Un choque entre una molécula de O_2 y otra de He tiene lugar si sus centros distan menos de $R_{ef} = \frac{1}{2}(d + d') = 2,5 \times 10^{-10}$ m. Este es el radio efectivo de una esfera que, en un tiempo Δt , se lleva por delante un número ΔN moléculas de He (ahora supuestas puntuales) contenidas en un cilindro de altura $v_{rms} \Delta t$ y diámetro R_{ef} . Este número es

$$\Delta N = \rho' v_{rms} \Delta t \pi R_{ef}^2.$$

Teniendo en cuenta que las moléculas de He no están estacionarias sino que tienen velocidades medias similares a las de O_2 , corresponde** incluir un factor $\sqrt{2}$, por lo que el número de choques por unidad de tiempo se estima como

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \pi \sqrt{2} \rho' v_{rms} R_{ef}^2 \approx 4,2 \times 10^5 \text{ choques/seg.}$$

Ejercicio 2

- (a) Expansión a isoterma en gas ideal: $P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow P_2 = \frac{1}{2} P_0$

- (b) Proceso $2 \rightarrow 3$ es una compresión adiabática cuasiestática de un gas ideal, por lo que $P_2 V_2^\gamma = P_3 V_3^\gamma$ con $\gamma = \frac{c_P}{c_V} > 1$. Sustituyendo $P_3 = 1,32 P_0$, se obtiene el valor de γ

$$\frac{P_0}{2} (2V_0)^\gamma = (1,32) P_0 V_0^\gamma \Rightarrow 2^{\gamma-1} = 1,32 \Rightarrow \gamma = 1,4$$

Esto indica que el gas es diatómico, con $f = 5$ grados de libertad (traslación + rotación).

Por lo tanto $c_v = \frac{5}{2} R \simeq 20,8 \text{ J/mol K}$

- (c) La energía cinética de traslación de un gas ideal es $E_{tras} = \frac{3}{2} nRT = \frac{3}{2} PV$. El proceso $1 \rightarrow 2$ es isoterma, por lo que $\Delta E_{tras,12} = 0$. En el proceso $2 \rightarrow 3$, $\Delta E_{tras,23} = \frac{3}{2} (P_3 V_3 - P_2 V_2)$ y

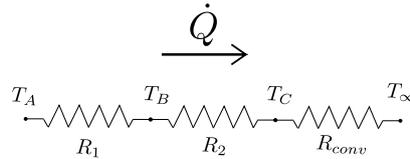
$$\Delta E_{tras,23} = \frac{3}{2} (0,32) P_0 V_0 \simeq 0,48 P_0 V_0$$

*Por tratarse de un estimativo, se puede usar la velocidad media, \bar{v} , o la velocidad cuadrática media, v_{rms} , ya que ambas son del mismo orden.

**Por tratarse de un estimativo, el resultado se admite como correcto aún sin este factor.

Ejercicio 3

- (a) El problema se puede modelar como un conjunto de resistencias térmicas en serie



$$R_1 = \frac{L_1}{k_1 A} = 0,10 \text{ K/W}, \quad R_2 = \frac{L_2}{k_2 A} = 0,02 \text{ K/W}, \quad R_{conv} = \frac{1}{hA} = 0,05 \text{ K/W}$$

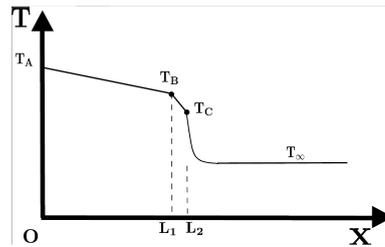
Tomando $R = R_1 + R_2 + R_{conv}$ resulta $\dot{Q} = \frac{(T_A - T_\infty)}{R} \simeq 206 \text{ W}$

- (b) del mismo modelo,

$$\dot{Q} = \frac{(T_A - T_B)}{R_1} \implies T_B = T_A - R_1 \dot{Q} \simeq 29 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\dot{Q} = \frac{(T_A - T_C)}{R_1 + R_2} \implies T_C = T_A - (R_1 + R_2) \dot{Q} \simeq 25 \text{ }^\circ\text{C}$$

- (c) La ley de Fourier indica que $\frac{dT}{dx} \propto -\frac{1}{k}$ en las placas, por lo que la pendiente de la placa exterior es más pronunciada. Por otro lado, después de la capa límite, el aire tiene temperatura constante T_∞ . Entre la pared exterior y la capa límite, la temperatura cae rápidamente de $T_B = 29^\circ\text{C}$ a $T_\infty = 15^\circ\text{C}$. Se desconoce el espesor de la capa límite.



Ejercicio 4

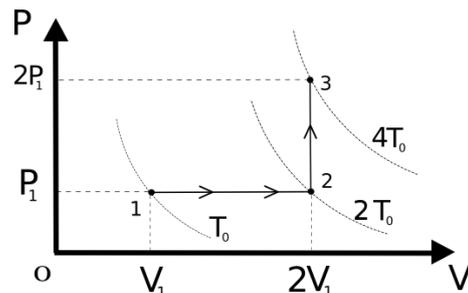
- (a) La temperatura inicial es $T_0 = P_1 V_1 / nR$. Además, $P_3 = 2P_1$ y $V_3 = AL = \frac{L}{x_0} V_1 = 2V_1$. Por otro lado, $P_3 V_3 = nRT_3$, de modo que***

$$T_3 = \frac{P_3 V_3}{nR} = 4 \frac{P_1 V_1}{nR} \implies T_3 = 4T_0 \simeq 899^\circ\text{C}$$

- (b) Hay una etapa a presión constante ($1 \rightarrow 2$) y otra a volumen constante ($2 \rightarrow 3$). La Primera Ley implica que el calor por mol es $q = Q/n = c_P(T_2 - T_1) + c_V(T_3 - T_2)$. La temperatura $T_2 = 2T_1$, ya que $P_2 = P_1$ y $V_2 = 2V_1$. El aire se considera un gas ideal diatómico, $c_V = \frac{5}{2}R$ y $c_P = \frac{7}{2}R$. De estas consideraciones resulta

$$Q = \frac{7}{2}RT_0 + \frac{5}{2}R(2T_0) = \frac{17}{2}RT_0 \simeq 20,7 \text{ kJ/mol}$$

- (c) El diagrama PV, con las isothermas relevantes, es



***Observe que debe usarse $T_0 = 293 \text{ K}$ para el cálculo.