Solución examen Febrero 2024 de Físca 2

1 Ejercicio 1

1.1 Parte a

A partir de la letra identificamos que:

- El proceso I es isobárico, ya que el pistón se mueve libremente y está en cuasi-equilibrio mecánico con la atmosfera.
- El proceso II es isócoro, pués el pistón está quieto.
- El proceso III es adiabático, debido a que aislamos todas las paredes del sistema pistón cilindro.

Entonces, el diagrama P-V asociado a estos tres procesos es:

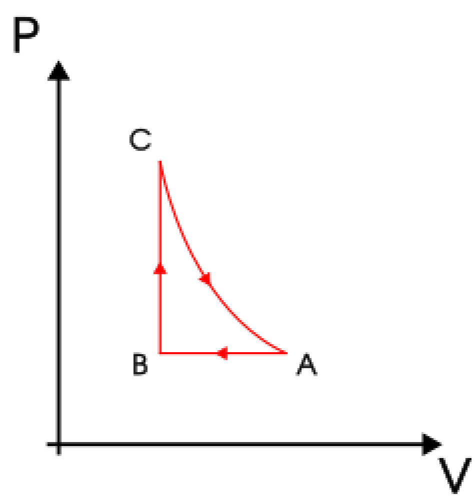

Figure 1: Diagrama P - V de la parte a del ejercicio 1.

1.2 Parte b

Resumimos los valores de temperatura, volumen, presión y altura del pistón en la tabla 1. Si inicialmente el pistón está en equilibrio con el ambiente:

$$P_A = P_o + \frac{mg}{A} = 102,3\,kPa, \tag{1}$$

donde $g = 9,8\,m/s^2$. Por otro lado, según la letra $T_A = 473\,K$ y $z_A = V_A/A = 2\,m$. Calculamos nR a partir de la ecuación del gas ideal:

$$nR = \frac{PV}{T} = 43,2\,J/K \tag{2}$$

Como el proceso I es isobárico $P_A = P_B$, de la propuesta $T_B = 293\,K$ y usando (2) obtenemos $V_B = 0.124\,m^3$ y, por tanto, $z_B = V_B/A = 1,24\,m$.

Finalmente, el proceso III es adiabático y cuasiestático, tal que:

$$P_c V_c^\gamma = P_A V_A^\gamma \tag{3}$$

como $V_c = V_B$ tendremos que $P_c = 200,0\,kPa$ y, de la ley de gases ideales, $T_c = 573\,K$.

Estado	T(K)	z(m)	V(m^3)	P(kPa)
A	473	2,00	0,2	102,3
B	293	1,24	0,124	102,3
C	573	1,24	0,124	200,0

Table 1: Resultados de la parte b

1.3 Parte c

Proceso I es isobárico (recordar que hay cinco grados de libertad porque tenemos un gas ideal diatómico):

- $Q_I = nC_p\,{}_A\Delta T_B = \frac{7}{2}nR\,{}_A\Delta T_B =$ -27,2 kJ.
- ${}_A\Delta U_B = nC_v\,{}_A\Delta T_B = \frac{5}{2}nR\,{}_A\Delta T_B = -19,5\,kJ.$

Proceso II es isócoro:

- $Q_{II} = {}_B\Delta U_C = nC_v\,{}_B\Delta T_C = 30,3\,kJ.$

Proceso III es adiabático:

- $Q_{III} = 0.$
- ${}_C\Delta U_A = nC_v\,{}_C\Delta T_A =$ -10,8 kJ

1.4 Parte d

Como el gas hace un ciclo termodinámico $\Delta U_T = 0$. Por primera ley:

$$W_T = -Q_T = -Q_I - Q_{II} = -3\,kJ.$$

Esto corresponde a una máquina térmica, que es consistente con el sentido del diagrama P-V en la figura 1. Calculamos la eficiencia de esta máquina:

$$\eta = \frac{|W_T|}{|Q_H|} = 0,1$$

donde utilizamos que $Q_H = Q_{II}$. Dado que las temperaturas extremas del ciclo son $T_H = T_C$ y $T_L = T_B$, tendremos la eficiencia de Carnot:

$$\eta_C = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 0,5.$$

Como $\eta_C > \eta$ este ciclo es posible e irreversible.

1.5 Parte e

La variación de entropía del universo es:

$$\Delta S_T = \Delta S_{RT} = -\frac{Q_I}{T_{0C}} - \frac{Q_{II}}{T_{500C}} = 60,6\,\frac{J}{K}$$

2 Ejercicio 2

2.1 Parte a

Aplicando Bernoulli desde el tope de la represa hasta el caño que sale a la atmosfera, tendremos:

$$P_o + \rho g h = P_o + \rho \frac{v_s^2}{2}$$

donde ρ es la densidad del agua, $g = 9,8\, m/s^2$, $h = 25\, m$ y v_s es la velocidad de salida. Obtenemos:

$$v_s = 22,1\, \frac{m}{s} \tag{4}$$

2.2 Parte b

Usando el principio de Bernoulli entre la salida a la atmosfera y el punto 2 (justo debajo del tapón):

$$P_2 + \rho \frac{v_2^2}{2} = P_o + \rho \frac{v_s^2}{2}.$$

Como se conserva el flujo de volumen entre estos dos puntos $A_s v_s = A_2 v_2$. Recordando que el el área de un círculo es $A_c = \pi di^2/4$, en término del diámetro di, entonces:

$$v_2 = 24,0\, \frac{m}{s} \text{ y por ende } P_2 = 57,9\, kPa.$$

Por tanto, la fuerza que le hacen la presión atmosférica y P_2 al tapón es $(P_o - P_2)\pi d^2/4 = 341\, N$ hacia abajo, Como $341\, N$ es menor a la fuerza de roce estático máxima, el tapón no se mueve y la fuerza de fricción va hacia arriba.

2.3 Parte c

Al no haber flujo:

$$P_2 = P_o + \rho g h,$$

tal que la fuerza ejercida por las presiones es $(P_o - P_2)\pi d^2/4 = 1924\, N > 1000\, N$ y el tapón saldría disparado hacia arriba.

3 Ejercicio 3

3.1 Parte a:

De la cañería sale un caudal constante que se reparte equitativamente hacia las cañerías C2. Por tanto, el volumen en cada recipiente varía en función del tiempo como $V_1 = V_2 = Q_{C1} t/2$, donde Q_{C1} es el caudal que sale de C1, y finalmente:

$$h_2(t) = \frac{Q_{C1}}{A_2} t \text{ y } h_1(t) = \frac{Q_{C1}}{2A_2} = \frac{h_2(t)}{2}. \tag{5}$$

Evaluando para $t = 3\, s$:

$$h_2(t = 3\, s) = 0,75\, m \qquad h_1(t = 3\, s) = 0,375\, m \tag{6}$$

3.2 Parte b

Considerando dos ondas viajeras superpuestas, que viajan en direcciones contrarias, tendremos que:

$$\delta p(x,t) = \frac{\delta p_{max}}{2} (\sin(kx + \omega t + \delta) + \sin(kx - \omega t)) \tag{7}$$

donde ω la frecuencia angular de las ondas sonoras, $k = 2\pi/\lambda$ es el número de onda y δ es una constante a ser determinada con las condiciones de borde. Usando las relacioneas $\sin(a \pm b)$, obtenemos

$$\delta p(x,t) = \delta p_{max} \cos(kx + \delta) \sin(\omega t). \tag{8}$$

que representa una onda estacionaria. Esta ecuación vale para cualquier tiempo, así aplicando las condiciones de borde:

$$\begin{aligned} &\delta p(x=0) = \delta p_{max} \Rightarrow \cos(\delta) = 1, \Rightarrow \delta = 0 \\ &\delta p(x = L - h = L') = 0, \end{aligned} \tag{9}$$

con L el largo del tubo y h la altura del líquido. Con eso, obtenemos:

$$\lambda_n = \frac{4L'}{(2n-1)} \text{ con } n = 1, 2, 3 \cdots \tag{10}$$

3.3 Parte c

Recordando que $\lambda f = v_s$, obtenemos que:

Para el tubo con agua hasta $h_1(t = 3\,s)$, en el primer armónico $\lambda = 2,5\,m$ y $f = 137\,Hz$
Para el tubo con agua hasta $h_1(t = 3\,s)$, en el segundo armónico $\lambda = 0,3\,m$ y $f = 1029\,Hz$