Solución - Examen de Física 2 - 14 de febrero de 2022

Ejercicio 1: Ondas

Por el principio de superposición sabemos que la onda resultante es $s(x,t) = s_1(x,t) + s_2(x,t)$. Usando que $\cos a + \cos b = 2\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$, obtenemos:

$$s(x,t) = 2s_0 \cos\left(kx - \frac{kL}{2}\right)\cos\left(\frac{kL}{2} - \omega t\right). \tag{1}$$

a) Los puntos donde no se escucha sonido corresponden a aquellos puntos x tales que $s(x,t) = 0$, esto es equivalente a

$$\cos\left[k\left(x - \frac{L}{2}\right)\right] = 0, \tag{2}$$

cuya solución es:

$$x_n = \frac{(2n+1)\pi}{2k} + \frac{L}{2}, \quad n \in \mathbb{Z}. \tag{3}$$

Para $0 \leq x \leq L$ hay cuatro puntos donde hay silencio: $x_{-2} = 11{,}44$ cm, $x_{-1} = 30{,}48$ cm, $x_0 = 49{,}52$ cm y $x_1 = 68{,}56$ cm.

b) En esta parte conocemos el valor de x para el cual hay un mínimo de interferencia, pero el valor de k ya no está fijo. Usando que $x = d$ y a partir de la ecuación 2 es posible hallar aquellos valores de k para los cuales hay un mínimo de interferencia:

$$k_n = \frac{2n+1}{2\left(d - L/2\right)}\pi, \tag{4}$$

y puesto que $k_n > 0$ y $d - L/2 < 0$, el parámetro n solo puede tomar valores negativos: $n = -1, -2, \cdots$. Usando que $k = 2\pi/\lambda$ y que $\lambda f = v_s$ podemos determinar aquellas frecuencias para las cuales no se escucha sonido:

$$f_n = \frac{2n+1}{4\left(d - L/2\right)} v_s = -330(2n+1)Hz, \quad n = -1, -2, \cdots \tag{5}$$

c) Debido a que el detector está en movimiento, este detecta los siguientes valores de frecuencia:

$$f_A = f_{-1}\frac{v_s - v}{v_s}, \quad \text{con respecto de la fuente a la que el detector se aleja} \tag{6}$$

$$f_B = f_{-1}\frac{v_s + v}{v_s}, \quad \text{con respecto de la fuente a la que el detector se acerca.} \tag{7}$$

En consecuencia,

$$f_B - f_A = 2f_{-1}\frac{v}{v_s}, \tag{8}$$

y por lo tanto $v = 0{,}62$ m/s.

Ejercicio 2: Fluidos

a) Estando la salida cerrada, cuando llenas el vaso A con agua, el agua del vaso A fluye hacia el vaso inferior C, que contiene aire y produce la presión hidrostática (en la superficie del agua de dicho vaso) $P_C = \rho g h_2 + P_0$, donde ρ es la densidad del agua. De acuerdo con el principio de Pascal, la presión adicional se transmite sin disminución en todas las direcciones y, por lo tanto, al aire dentro del recipiente C. Como resultado, esta presión fuerza el aire confinado hacia arriba desde el recipiente C al recipiente superior B. El aire forzado del recipiente inferior C aprieta el aire en el recipiente superior B y fuerza el agua del tubo de salida de la fuente.

La presión hidrostática en el recipiente superior B (en la superficie del agua de dicho vaso) es igual $P_B = \rho g h_1 + P_P$, donde P_P es la presión en el lado interior de la boquilla P de salida (cerrada). Igualando ambas presiones y despejando P_P se obtiene:

$$P_P = \rho g(h_2 - h_1) + P_0$$

En otras palabras, la presión ΔP comprime el aire en el recipiente superior B e impulsa la fuente.

b) Apliquemos el Principio de Bernoulli para el agua en el depósito A y una corriente de agua de la boquilla P. La energía potencial de una unidad de volumen de agua en el nivel del depósito A y en la boquilla son respectivamente $\rho g h_2$ and $\rho g h_1$, y las energías cinéticas son respectivamente cero y $\frac{1}{2}\rho v^2$. Así tenemos de la ecuación de Bernoulli

$$P_0 + \rho\frac{1}{2}v^2 + \rho g h_1 = P_0 + \rho g h_2$$

donde P_0 es la presión atmosférica. La velocidad de la corriente de agua desde la boquilla del tubo de la fuente P se puede encontrar fácilmente a partir de las ecuaciones previas como

$$v = \sqrt{2g(h_2 - h_1)} = \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}}$$

Derivando esta ecuación asumimos que un aire confinado es incompresible y despreciamos la fricción. Por supuesto, la velocidad real del agua desde la boquilla P será menor que la dada por la ecuación.

Ejercicio 3: Termodinámica

a) Estado inicial (estado 1):
$h_1 = 0,30$ m, $A = 0,2\ m^2$
$T_1 = 600^o\text{C} = 873,15\text{K}$
$V = h_1 A = 0,06 m^3$

Realizando el balance de fuerzas sobre el pistón:

$$P_0 A + m_p g = P_1 A \tag{9}$$

Donde P_1 es la presión inicial del gas, el pistón se mueve cuasiestáticamente, por lo tanto la presión debe ser constante durante el trayecto previo a tocar el resorte. De la ecuación 9 obtengo $P_1 = 112595 Pa$.

Llamaremos estado 2 al estado en el cual el pistón está a punto de tocar el resorte.

En el estado 2 tengo $V_2 = l_0 A = 0,05 m^3$. Usando la ecuación de gases ideales para el estado inicial y el estado 2 y usando que $P_1 = P_2$ ya que la presión se mantiene constante tenemos:

$$T_2 = V_2 T_1 / V_1 \tag{10}$$

La temperatura en el estado 2 es $T_2 = 727,63\text{K}$. Esta temperatura es mayor a la del estado final $T_f = 293{,}15\text{K}$, lo cual quiere decir que el pistón llega a tocar el resorte antes de llegar al estado final.

b) Debido a que el gas y la mezcla de agua y hielo solo intercambian calor entre ellos tenemos que: $Q_g + Q_m = 0$. Donde Q_g es el calor intercambiado por el gas en la totalidad del proceso y Q_m es el calor intercambiado por la mezcla de agua y hielo. Tenemos que:

$$Q_m = m_h L_f + (m_h + m_a)c_a(T_f - T_{i,m}) \tag{11}$$

Donde $T_{i,m}$ es la temperatura inicial de la mezcla de hielo y agua. Como se observa en la ecuación 11 el intercambio de calor tiene una parte a temperatura constante (mientras se derrite el hielo) y otra parte donde la temperatura del agua varía.
Se obtiene que el calor intercambiado por el gas en todo el proceso es $Q_g = -15060$J.

c) Antes de que alcance el resorte, proceso isobaro.
Utilizando la primera ley de la termódinamica y el calor y el trabajo para un proceso isobaro se obtiene:

$$Q_{AR} = \frac{7}{2} nR(T_2 - T_1) \tag{12}$$

$$W_{AR} = -P_1(V_2 - V_1) \tag{13}$$

$$\Delta U_{AR} = W_{AR} + Q_{AR} \tag{14}$$

Obtenemos: $Q_{AR} = -3941$J, $W_{AR} = 1126$J, $\Delta U_{AR} = -2815$J

Durante el proceso con el resorte.
Utilizando la primera ley de la termódinamica y el hecho de que el calor total intercambiado debe ser igual a la suma de los calores intercambiados antes y despues del resorte se obtiene:

$$\Delta U_{AR} = \frac{5}{2} nR(T_f - T_2) \tag{15}$$

$$Q_{DR} = Q_g - Q_{AR} \tag{16}$$

$$W_{DR} = \Delta U_{DR} - Q_{DR} \tag{17}$$

Obtenemos: $Q_{DR} = -11119$J, $W_{DR} = 2715$J, $\Delta U_{DR} = -8404$J

d) El proceso que realiza el pistón está representado en el siguiente diagrama:

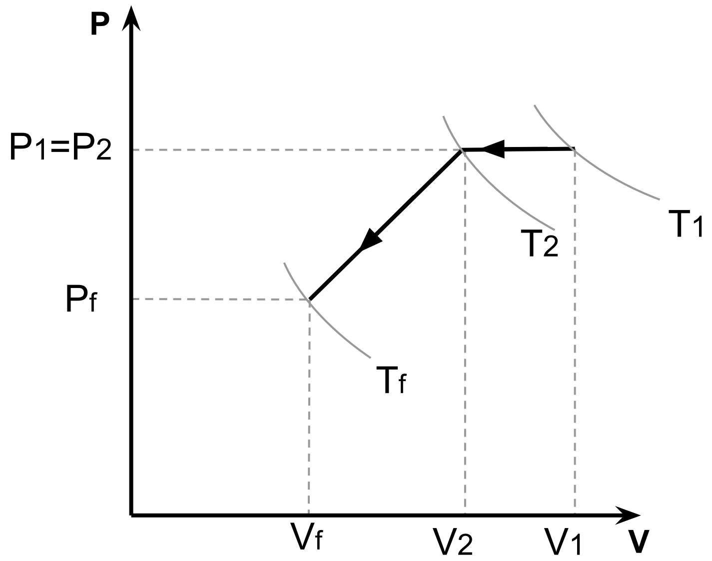

Diagrama P-V

Lo que resta por calcular son el volumen y la presión final, la letra nos dice que $V_f = (0,11926m)A = 0,024m^3$, usando la ley de los gases ideales tenemos que:

$$P_f = nRT_f/V_f \tag{18}$$

En la siguiente tabla se resumen las variables importantes en el proceso:

Estado	**V (m^3)**	**P(Pa)**	**T (K)**
1	0.06	112595	873.15
2	0.05	112595	727.63
final	0.024	94506	293.15

e) La entropía del gas se calcula utilizando un proceso isobaro primero (que va desde V_1 hasta V_f y luego uno isocoro que va desde P_1 hasta P_f.

$$\Delta S_{gas} = \frac{7}{2}nRLn\left(\frac{V_f}{V_1}\right) + \frac{5}{2}nRLn\left(\frac{P_f}{P_1}\right) = -28,2\text{J/K} \tag{19}$$

$$\Delta S_{mezcla} = \frac{m_h L_f}{T_{i,m}} + (m_h + m_a)c_a Ln\left(\frac{T_f}{T_{i,m}}\right) = 54,1\text{J/K} \tag{20}$$

$$\Delta S_{univ} = \Delta S_{mezcla} + \Delta S_{gas} = 25,9\text{J/K} \tag{21}$$