Examen de Física 2 - 22 de diciembre de 2021

Justifique y explique claramente su trabajo.
Indique las unidades de las magnitudes en los resultados intermedios y finales.
Identifique y revise su trabajo antes de entregar. El examen consta de 4 ejercicios y dura 3 horas.

- Velocidad del sonido en el aire: $v_{sonido} = 343 m/s$
- Presión atmosférica: $P_0 = 1$ atm $= 101,325$ kPa
- Constante de los gases ideales: $R = 8,3145$ J mol^{-1}K^{-1}

Ejercicio 1

La quinta cuerda de una guitarra tiene largo $L = 65$ cm y densidad lineal $\mu = 7{,}16$ g/m. Dicha cuerda debería vibrar con una frecuencia fundamental $f = 440$ Hz (nota LA), pero la guitarra se encuentra desafinada. Se sabe que la tensión a la que está sometida la cuerda es 1 % menor a la correspondiente a una guitarra afinada.

a) Calcule la frecuencia a la que vibra la quinta cuerda de la guitarra.

Una guitarrista que se encuentra en reposo comienza a tocar la quinta cuerda de la guitarra al aire y usted se acerca a ella a velocidad constante v_r.

b) ¿Es posible oír la nota LA a la frecuencia correcta en esta situación? Justifique su respuesta.
De ser posible, calcule la velocidad necesaria v_r para lograrlo.

Ahora usted deja de moverse. Mientras la guitarrista, que ha afinado su guitarra, continúa tocando la misma cuerda emitiendo la nota LA, un flautista emite una nota que corresponde al segundo armónico de un tubo abierto-abierto.

c) Si usted percibe un pulso (batido) cada 0,2 s, determine la(s) posible(s) frecuencia(s) emitida(s) por el flautista.

Solución

a) Si la cuerda estuviera afinada y vibrando en su modo fundamental:

$$\lambda = 2L \tag{1}$$

$$\lambda f = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \tag{2}$$

Con $f = 440Hz$ y $\mu = 7{,}16$g/m, nos queda que $T \approx 2343$N. El 1 % de esto es aproximadamente igual a 23N lo que nos lleva a que la tensión real de la cuerda será $T_r \approx 2319$N. Si la cuerda está vibrando en su primer armónico con esta tensión T_r, tendrá una frecuencia f_r distinta, pero la misma longitud de onda. Usando (2), tendremos:

$$f_r = 438\text{Hz} \tag{3}$$

b) El observador (usted) va a percibir una frecuencia distinta a la que toca el guitarrista por efecto Doppler. Como usted se está acercando la frecuencia con la que escuchará el sonido es mayor y podría llegar a escuchar LA dependiendo de v_r. Finalmente

$$f'_r = f_r \frac{v_{sonido} + v_r}{v_{sonido}}$$

Despejando v_r y tomando $f'_r = 440$Hz, tendremos:

$$v_r = \left(\frac{f'_r}{f_r} - 1\right) v_{sonido} = 1{,}7\text{m/s} \tag{4}$$

c) Recordando que la frecuencia de batido cumple

$$f_b = |f_1 - f_2|, \tag{5}$$

donde las frecuencias f_1 y f_2 son de dos señales de sonido muy cercanas. Por esta ecuación la frecuencia de las ondas de sonido generadas por el flautista pueden ser mayores (f_{f1}) o menores (f_{f2}) a las del guitarrista ($f_g = 440Hz$). Como los pulsos se escuchan cada 0,2s entonces $f_b = 1/0{,}2\text{Hz}$ y, usando (5), nos queda:

$$f_{f1} = 445\text{Hz} \tag{6}$$
$$f_{f2} = 435\text{Hz} \tag{7}$$

Ejercicio 2

Un embalse para riego (depósito de agua, considerado muy grande) se usa para regar un campo. La altura del agua en el embalse respecto a la cañería de salida (de sección A1) es h1 = 2,5 m, como se observa en la figura. Como el campo tiene una pendiente, la cañería de salida se termina dividiendo en dos: una de sección A2, horizontal, y otra de sección A3, que cae respecto a la primera una altura h3 = 2,6 m. A la cañería A2 se le conecta una bomba que consume una potencia Pot = 445,9 W cuya salida, también de sección A2, sube h2 = 6,5 m respecto de la cañería de entrada a la misma. Ambas cañerías, A2 y A3, descargan a la atmósfera. Se quiere que por el ramal A2 se descarguen 7 kg/s y por el ramal A3 5 kg/s. Se recuerda que la potencia de una bomba se relaciona con la diferencia de presiones en su entrada y salida (ΔP) y el flujo volumétrico ($\dot{V}$) que pasa por ella de la siguiente manera: Pot $=\dot{V}\Delta P$.

a) Calcule la relación de las secciones A2/A3.

b) Si la cañería A1=A2, calcule P1.

Solución

a) A partir de la definición del flujo masico:

$$\frac{A_2}{A_3} = \frac{\dot{m}_2 A_3}{\dot{m}_3 A_2} \tag{8}$$

Nos faltan v_2 y v_3. Usando de referencia los puntos dibujados en la figura 1, hacemos Bernoulli entre 0-3 y entre 0 y b_a. Como el embalse es muy grande, la sección transversal en 0 es mucho mayor que $A2$ y $A3$, así que la velocidad allí es despreciable en comparación. Nos queda que:

$$v_3 = \sqrt{2g(h_1 + h_2)}, \tag{9}$$
$$P_{ba} = P_o + \rho g h_1 - \rho\frac{v_2^2}{2} \tag{10}$$

Con v_2 la velocidad de salida a la atmosfera en el tubo de sección transversal A2, que es la misma en ba ya que el fluido es incompresible. La presión P_{ba} antes de la bomba está asociada con la presión P_{bd} luego de la bomba a partir de la expresión

$$Pot = \dot{V}(P_{bd} - P_{ba}),$$

dada por la letra. Multiplicamos ρ a esta última expresión, utilizamos Bernoulli de bd a 2 y despejamos v_2. Obtenemos:

$$v_2 = \sqrt{2\left(\frac{Pot}{\dot{m}_2} - g(h_2 - h_1)\right)} \tag{11}$$

Usando (9) y (11) en (8), nos queda que:

$$\frac{A_2}{A_3} \approx 2 \tag{12}$$

b) De la ecuación de continuidad de flujo volumétrico en la bifurcación y que $A_1 = A_2$:

$$v_1 = v_2 + \frac{A_3}{A_2} V_3 \tag{13}$$

Luego, usando Bernoulli de 0 a 1:

$$P_1 = P_o + \rho g h_1 - \rho \frac{v_1^2}{2} = 53825\text{Pa} \tag{14}$$

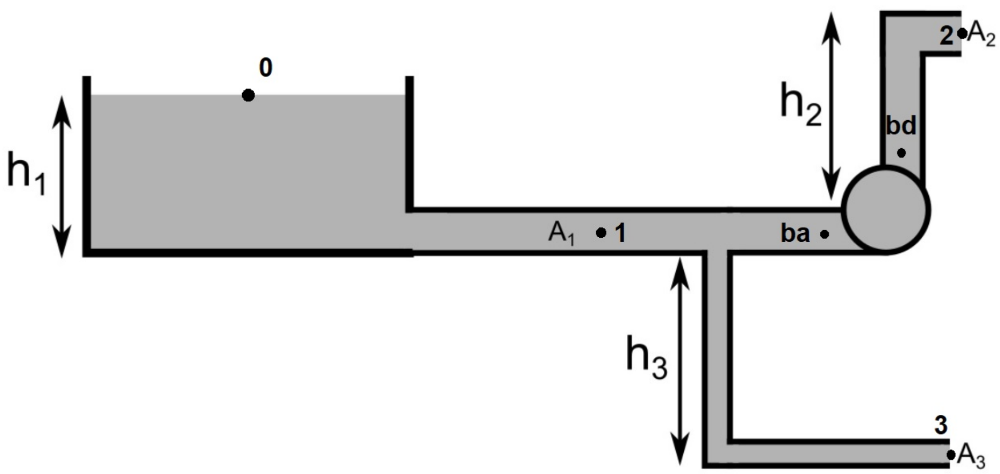


Figura 1: Puntos de referencia para aplicar Bernoulli en el ejercicio 2

Ejercicio 3

Un recipiente se encuentra dividido en dos recámaras, como se observa en la figura. La recámara derecha tiene un volumen $V_d = 0,05$ m^3 y contiene inicialmente cuatro moles de un gas ideal diatómico, en equilibrio termodinámico a una presión $P_g = 405,3$kPa. La recámara izquierda tiene un volumen $V_i = 0,08$m^3 y contiene, en el vacío, una masa $m = 0{,}15$ kg de cierto material cuyo calor específico es $c = 300$Jkg^{-1}K^{-1}, a una temperatura $T_m = 300$ K. El volumen V_i no tiene en cuenta el volumen ocupado por la masa m.

El recipiente está aislado del exterior e inicialmente la válvula se encuentra cerrada, de forma tal que las recámaras se encuentran aisladas entre sí.

Se abre la válvula que une las recámaras y se espera a que el sistema completo llegue al equilibrio termodinámico.

Tenga en cuenta que para un sólido el calor específico c es igual al calor específico a volumen constante y al calor específico a presión constante.

a) Calcule la temperatura final del gas. ¿En cuánto difiere esta temperatura de la temperatura final en el caso en el que no estuviera la masa?

b) Determine el cambio de entropía del universo.

Solución

a) Como el sistema del ejercicio está aislado del ambiente por las paredes aislantes, la variación de energía interna total del conjunto gas sólido es cero. Entonces:

$$\Delta U_m = -\Delta U_g \tag{15}$$

Para el sólido de masa m y calor específico c:

$$U_m = mc(T_f - T_m) \tag{16}$$

En el gas ideal diatómico:

$$\Delta U_g = \frac{5}{2} nR(T_f - T_{in}) \tag{17}$$

$$T_{in} = \frac{P_g V_d}{nR} \tag{18}$$

El estado final es de equilibrio, por lo que las temperaturas finales T_f son las mismas. Usando (16), (18) y (17) en (**??**) y despejando T_f, nos queda:

$$T_f = \frac{mcT_m + \frac{5}{2}nRT_{in}}{mc + \frac{5}{2}nR} = 501K \tag{19}$$

Si no hubiera masa, entonces:

$$\Delta U_g = 0 \tag{20}$$

Entonces, en este caso, la temperatura final va a ser igual a la inicial. La diferencia de temperatura con el resultado de (**??**) es:

$$\Delta T = 109\text{K} \tag{21}$$

b) La variación de entropía del universo ΔS_u cumple:

$$\Delta S_u = \Delta S_m + \Delta S_g \tag{22}$$

Donde ΔS_m y ΔS_g son las variaciones de entropía de la masa y el gas. En el caso de la masa, tomamos un camino isocoro reversible para el cálculo de ΔS_m, tal que:

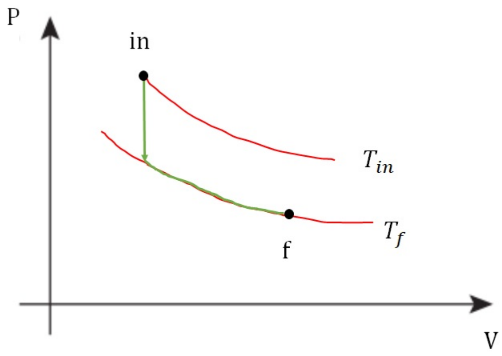
$$\Delta S_m = mcLn\left(\frac{T_f}{T_m}\right) \tag{23}$$

Para el gas ideal usamos un camino isocoro que baje de temperatura hasta T_f y luego seguimos la isoterma hasta el estado final (ver camino verde en la figura **??**). Nos queda:

$$\Delta S_g = \frac{5}{2}Ln\left(\frac{T_f}{T_{in}}\right) + nRLn\left(\frac{V_f}{(V_d}\right) \tag{24}$$

Juntando (24) y (23) con (22), se obtiene:

$$\Delta S_u = 38{,}5\text{J/K} \tag{25}$$



Camino de cálculo para la entropía del gas ideal en el ejercicio 3

Ejercicio 4

Una máquina térmica trabaja con dos moles de gas ideal diatómico mediante el ciclo mostrado en la figura. El ciclo está compuesto por dos procesos isotermos de temperaturas T_H y T_L, uno isócoro y uno isóbaro. Se sabe que $T_H = 1000$ K y $T_L = 500$ K y que durante los tramos $1 \to 2$ y $2 \to 3$ el gas intercambia calor con una fuente a temperatura T_H, mientras que en los tramos $3 \to 4$ y $4 \to 1$ el gas intercambia calor con una fuente a temperatura T_L. Se conocen además los siguientes valores de presión: $P_1 = P_2 = 1{,}5$ MPa, $P_3 = P_1/4$ y $P_4 = P_1/8$.

a) Halle la eficiencia de la máquina y compárela con la de Carnot.

b) Determine la variación de entropía del universo en el proceso $1 \to 3$. ¿Es consistente esta respuesta con la comparación de la parte anterior? Justifique.

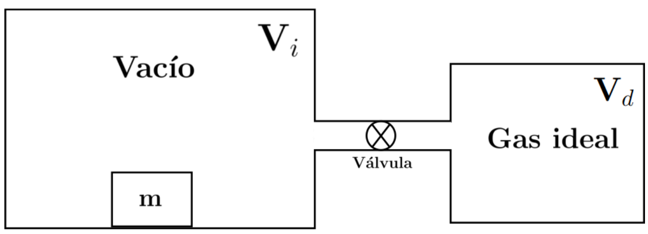


Figura: Ejercicio 3

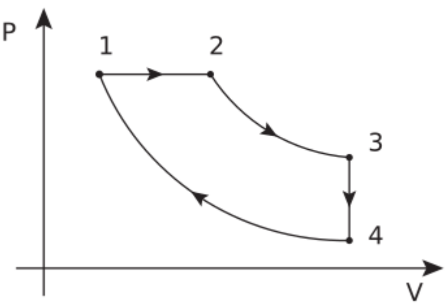


Figura: Ejercicio 4

Solución

a) Ya que en el estado 1 $T_1 = T_4 = T_L$, en el estado 2 $T_2 = T_3 = T_H$ y $P_1 = P_2 = 1{,}5$MPa, podemos calcular los V_i y P_i desconocidos. Resumimos los resultados en la siguiente tabla:

Estado	**V (m^3)**	**P(MPa)**	**T (K)**
1	0.0055	1.5	500
2	0,0111	1.5	1000
3	0,0443	0.375	500
4	0,0443	0.1875	1000

Ahora, por definición de eficiencia:

$$\eta = \frac{|W_{neto}|}{|Q_H|} \tag{26}$$

El trabajo neto W_{neto} cumple:

$$W_{neto} = W_{12} + W_{23} + W_{41} \tag{27}$$

Ya que el trabajo de la rama $3 \longrightarrow 4$ es 0 pues corresponde a un proceo isocoro. Para cada proceso podemos calcular el trabajo de la siguiente forma:

$$W_{12} = -P_1 \left(V_2 - V_1\right) \tag{28}$$

$$W_{23} = -nRT_2 Ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right) \tag{29}$$

$$W_{41} = -nRT_1 Ln\left(\frac{V_1}{V_4}\right) \tag{30}$$

Utilizando estas ecuaciones y los datos de la tabla en (27) hallamos:

$$W_{neto} = 14{,}1{,}2\text{kJ} \tag{31}$$

Por otro lado, siguiendo la letra el calor Q_H es:

$$Q_H = Q_{12} + Q_{23} = \frac{7}{2}nR(T_2 - T_1) + nRT_2 Ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right) = 52{,}2\text{kJ} \tag{32}$$

Y finalmente, inyectando (31) y (32) en (26), obtenemos:

$$\eta = 0{,}27 \tag{33}$$

La eficiencia de la máquina equivalente de Carnot es:

$$\eta_c = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 0{,}5 \tag{34}$$

Entonces, $\eta < \eta_c$, correspondiente a una máquina irreversible.

b) La variación de entropía del universo en el proceso $1 \rightarrow 3$ es:

$$\Delta S_u = \Delta S_{MT} + \Delta S_H \tag{35}$$

Como no hay intercambio con la reserva de baja temperatura en $1 \rightarrow 3$, no hay un término asociado a esta. Además, como la máquina térmica no completó un ciclo, ΔS_{MT} no se anula.

Ya que la reserva térmica está a temperatura constante:

$$\Delta S_H = -\frac{Q_H}{T_H} = -52{,}2\text{J/K} \tag{36}$$

Para la máquina térmica tendremos:

$$\Delta S_{MT} = \Delta S_{12} + \Delta S_{23} = \frac{7}{2} nRLn\left(\frac{T_2}{T_2}\right) + nRLn\left(\frac{V_3}{V_2}\right) = 63{,}4\text{J/K} \tag{37}$$

Finalmente, inyectamos (36) y (37) en (35), llegamos a:

$$\Delta S_u = 11{,}2\text{J/K} \tag{38}$$

Esto es consistente con la eficiencia, ya que el proceso es posible e irreversible.