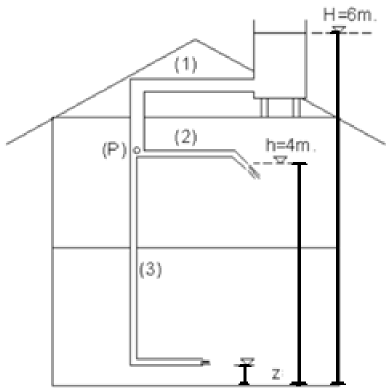
Fisica 2 – Examen
31 de Julio de 2021

Justifique y explique claramente su trabajo. *Indique las unidades de las magnitudes en los resultados intermedios y finales. Identifique y revise su trabajo antes de entregar. El examen dura 3 horas, y para aprobar se precisan la mitad de puntos y un ejercicio entero bien.*

Ejercicio Fluidos

La instalación de agua potable ($\rho = 997kg/m^3$) de una casa consta de un tanque superior ($H = 6m$) del cual sale la tubería 1 (cuyo díametro es $d_1 = 10,0\,mm$) que se bifurca en la tubería 2 que alimenta el baño ($h = 4m$) y la tubería 3 (de díametro $d_3 = 7,50\,mm$) que abastece la cocina. Cuando está en uso, el baño genera un consumo $Q_2 = 18,0\,\frac{l}{min}$. Además, cuando se extrae agua del baño y de la cocina al mismo tiempo, el agua abandona el tanque con una velocidad $v_1 = 9,50\,\frac{m}{s}$.



a) Calcular el díametro d_2 de la tubería 2.

b) Hallar la altura z de la descarga de la cocina.

Se coloca un manómetro de tubo en U entre las tuberías 1 y 2 próximo a la bifurcación. Calcular la diferencia de presión que mide este manómetro $P_1 - P_2$ cuando:

c) Sólo se desagota agua por el baño (la tubería 3 está cerrada).

d) Se extrae agua de la cocina y el baño al mismo tiempo.

Solución

a) Haciendo Bernoulli entre el tanque y la salida 2:

$$P_o + \rho g H = P_o + \rho g h + \frac{\rho v_2^2}{2}$$
$$v_2 = \sqrt{2g(H-h)} = 6,26\,m/s$$
$$Q_2 = v_2 A_2 = v_2 \frac{\pi d_2^2}{4}$$
$$d_2 = \sqrt{\frac{4Q_2}{v_2 \pi}} = 7,81\,mm$$

b) Caudal total:

$$Q_1 = A_1 v_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} v_1 = 0,746\,l/s$$

Por continuidad:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3$$
$$Q_3 = Q_1 - Q_2 = 0,446\, l/s$$
$$Q_3 = v_3 A_3 = v_3 \frac{\pi d_3^2}{4}$$
$$v_3 = \frac{4Q_3}{\pi d_3^2} = 10,1\, m/s$$

Bernoulli entre el tanque y la salida 3:

$$P_o + \rho g H = P_o + \rho g z + \frac{\rho v_3^2}{2}$$
$$z = H - \frac{v_3^2}{2g} = 0,795\, m$$

c) Bernoulli entre tubería 1 y tubería 2 en la bifurcación:

$$P_1 + \rho g z + \frac{\rho v_1^2}{2} = P_2 + \rho g z + \frac{\rho v_2^2}{2}$$
$$P_1 - P_2 = \frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_1^2)$$
$$v_{1c} = \frac{Q_2}{A_1} = 3,82\, m/s$$
$$(P_1 - P_2)_c = 12,3\, kPa$$

d) Como en el c):

$$P_1 + \rho g z + \frac{\rho v_1^2}{2} = P_2 + \rho g z + \frac{\rho v_2^2}{2}$$
$$P_1 - P_2 = \frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_1^2)$$
$$v_{1d} = 9,50\, m/s$$
$$(P_1 - P_2)_d = -25,5\, kPa$$

Ejercicio Ondas

a) Las cuerdas más pesadas y ligeras de un violín tienen densidades lineales iguales a $3,0\frac{g}{m}$ e $0,29\frac{g}{m}$. Encuentre la relación entre el diámetro de la cuerda más pesada y la más ligera, asumiendo que están hechas del mismo material.

b) Cuando se toca una cuerda de violín de cierta manera, la frecuencia de resonancia más baja corresponde a la nota "LA" central (440Hz). Encuentra la frecuencia del segundo y tercer armónico de esta cuerda.

c) Una cuerda de violín de 15,0 cm de largo, fija en ambos extremos, oscila en su modo caracterizado por $n = 1$. La velocidad de las ondas en la cuerda es $250\frac{m}{s}$ y la velocidad del sonido en el aire es $348\frac{m}{s}$. Encuentre la frecuencia y longitud de onda de la onda de sonido emitida.

d) Una cuerda de violín, que oscila con su patrón fundamental, genera una onda de sonido. Encuentre el múltiplo por el cual se incrementará la tensión si la cuerda, que todavía oscila en su esquema fundamental, debe generar una nueva onda de sonido con longitud de onda $\frac{\lambda}{2}$.

e) Un músico está tocando la nota DO (528 Hz) en el punto de partida de la competencia de ciclismo de pista de los juegos olímpicos. En determinado momento un ciclista va directamente hacia la meta con una velocidad de 20 m/s. ¿A que frecuencia escuchará el atleta el sonido de la flauta?

Solución

a) La densidad lineal es la masa de la cuerda dividida por su longitud. La ola puede viajar a lo largo de una cuerda si se tensa primero. La cuerda tensa se puede considerar como un cilindro de volumen $\pi R^2 L$, donde R es el radio de la cuerda y L su longitud. Al estar hechas del mismo material, las dos cuerdas tendrán la misma densidad, es decir

$$\rho = \frac{M_1}{V_1} = \frac{M_2}{V_2}$$

ahora la masa se puede expresar a través de la densidad lineal como $M = \mu L$, y sustituyendo, tenemos

$$\rho = \frac{\mu_1}{\pi R_1^2} = \frac{\mu_2}{\pi R_2^2}$$

La relación entre los dos rayos será, por tanto,

$$\frac{R_2}{R_1} = \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}} = \sqrt{\frac{3,0}{0,29}} = 3,2$$

b) La frecuencia de 440Hz correspondiente al primer armónico permite determinar la velocidad de propagación de esta onda estacionaria

$$v = \frac{2Lf}{n(=1)} = 880Hz \times L$$

el segundo armónico tendrá

$$f_2 = \frac{v}{2L}n = \frac{880Hz \times L}{2L} \times 2 = 880Hz$$

para el tercer armónicos

$$f_3 = \frac{v}{2L}n = \frac{880Hz \times L}{2L} \times 3 = 1320Hz$$

c) Solución: la cuerda del violín, constreñida a ambos lados, vibra formando ondas estacionarias, cuyas frecuencias de resonancia son múltiplos enteros de la frecuencia de resonancia más baja, caracterizada por $n = 1$.

$$f = \frac{v}{2L}n = \frac{250\frac{m}{s}}{2 \times 0,15m} = 833Hz$$

la longitud de onda, frecuencia y velocidad conocidas, y dada por

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{348\frac{m}{s}}{833\frac{1}{s}} = 0,418m$$

d) La tensión de una cuerda está relacionada con la velocidad de propagación de una onda que se genera en ella de la relación

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

donde T es la tensión de la cuerda y $\mu = \frac{m}{L}$ la densidad lineal de la cuerda. Pero $v = \lambda f$, y sustituyendo,

$$\lambda = \frac{1}{f}\sqrt{\frac{TL}{m}}$$

Se deduce que para reducir a la mitad la longitud de onda, T que aparece debajo de la raíz, debe ser dividido por un factor de 4.

e) El atleta es un observador movil de las ondas de sonido de un emisor que está quieto, por lo que por efecto Doppler, sentirá:

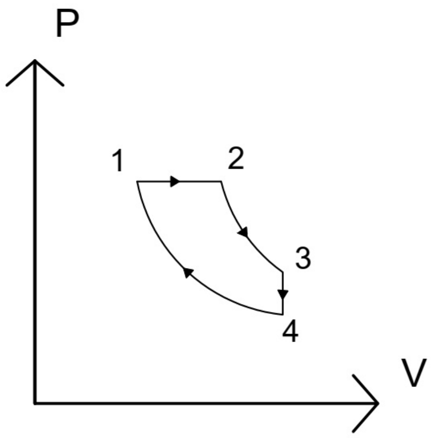
$$f' = f\frac{v_0 + v_c}{v_0}$$

donde v_c es la velocidad del ciclista, v_0 es la velocidad del sonido, f es la frecuencia que emite la fuente y f' es la frecuencia de sonido que escucha. Calculando:

$$f' = 558,8\,Hz$$

Ejercicio Ciclos y Entropía

Un dispositivo trabaja con 4 moles de gas diatómico en el ciclo que se muestra en la figura. El ciclo está compuesto por un proceso isobárico (1-2), un proceso adiabático (2-3), un proceso isocoro (3-4) y un proceso isotérmico (4-1). Son conocidos el volumen en el estado 1 y la temperatura en el estado 2. Además, es sabido que $V_4 = 2\,V_1$ y $T_4 = \frac{2}{3}T_2$. Si $V_1 = 25\,l$ y $T_2 = 300\,K$ determine:



a) Presión, volumen y temperatura en los estados 1, 2, 3 y 4. Resuma sus resultados en una tabla.

b) Trabajo y calor totales y en cada uno de los procesos.

c) Eficiencia o COP de este sistema. Compárelo con la eficiencia del equivalente de Carnot.

d) Variación de entropía del universo de un ciclo del sistema si intercambia calor con dos reservas térmicas a temperaturas T_H y T_L, que son la máxima y la mínima temperaturas del ciclo respectivamente.

Solución

a) La letra nos dice que $V_4 = 2V_1$ y $T_4 = \frac{2}{3}T_2$ y $n = 4\,mol$. Por la ley de gases ideales

$$P_4 = \frac{nRT_4}{V_4} = 11,08\frac{T_2}{V_1}\,Pa\,m^3/K$$

Además, como el proceso 3-4 es isocoro $V_3 = V_4 = 2V_1$ y dado que el proceso 4-1 es isotermo $T_1 = T_4 = \frac{2}{3}T_2$. Sabiendo T_1 y V_1 usamos la ley de gases y obtenemos:

$$P_1 = 22,16\frac{T_2}{V_1}\,Pa\,m^3/K$$

y como el proceso 1-2 es isobárico $P_1 = P_2$. Conocemos entonces P_2 y T_2 del estado 2, tal que:

$$V_2 = \frac{3}{2}V_1$$

Por último, podemos hallar el estado 3 ya que el proceso 2-3 es adiabático, por lo que $P_3V_3^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma}$ y $T_3V_3^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1}$. En el caso de este ejercicio el gas es diatomico y $\gamma = 7/5$. Nos queda:

$$P_3 = P_2\left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma} = 22,16\frac{T_2}{V_1}\,Pa\,m^3/K\left(\frac{3}{4}\right)^{7/5} = 14,81\frac{T_2}{V_1}\,Pa\,m^3/K$$
$$T_3 = \frac{P_3V_3}{nR} = 0{,}89T_2$$

Con esto quedan determinados todos los estados del ciclo solo con T_2 y V_1. Entonces:

Estado	$V(m^3)$	$P(Pa)$	$T(K)$
1	0,025	265920	200
2	0,038	265920	300
3	0,05	177761	267
4	0,05	132960	200

b) Utilizamos las ecuaciones halladas en el apartado b para calcular P, T y V en cada uno de los vertices de la figura. Luego, análizamos cada proceso por separado. Para el proceso 1-2 (isobárico):

$$W_{12} = -P_1(V_2 - V_1) = -3324\,J$$
$$Q_{12} = nC_p(T_2 - T_3) = \frac{7}{2}n\,R\,(T_2 - T_1) = 11634\,J$$

Para el proceso 2-3 (adiabático):

$$W_{23} = \Delta U_{23} = n\,C_v\,(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}n\,R\,(T_3 - T_2) = -2710\,J$$
$$Q_{23} = 0$$

Para el proceso 3-4 (isocoro):

$$W_{34} = \Delta U_{34} = 0$$
$$Q_{34} = n\,C_v\,(T_4 - T_3) = \frac{5}{2}n\,R\,(T_4 - T_3) = -5600\,J$$

Para el proceso 4-1 (isotermo):

$$W_{41} = -Q_{41} = -n\,R\,\frac{2}{3}T_2 Ln(V_1/V_4) = 4608\,J$$

Finalmente, para el ciclo completo sumamos todo:

$$W_T = -1426\,J$$
$$Q_T = 1426\,J$$

El trabajo total debe tener un valor opuesto al del calor total, ya que $\Delta U_T = 0$ y entonces por primer principio $W_T = -Q_T$.

c) Como es una máquina térmica calculamos su eficiencia

$$\eta = \frac{|W_T|}{|Q_H|} = 0,12$$

donde Q_H es el calor percibido por la máquina en el proceso 1-2. Las eficiencia del equivalente de la máquina equivalente de Carnot que funcione entre la máxima y la mínima temperaturas (T_2 y T_1, respectivamente) es:

$$\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 0,33$$

Como $\eta < \eta_{Carnot}$ el sistema cumple la segunda ley y describe un proceso real.

d) La variación de entropía del universo en el caso de un ciclo es solamente la de las reservas térmicas, pues S es una función de estado. La reserva de baja temperatura recibe calor del sistema en los procesos 3-4 y 4-1 y la reserva de alta temperatura entrega calor al gas en el proceso 1-2. Por ello:

$$\Delta S_u = -\frac{Q_{12}}{T_2} - \frac{(Q_{34} + Q_{41})}{T_1} = 12,26\,J/K$$