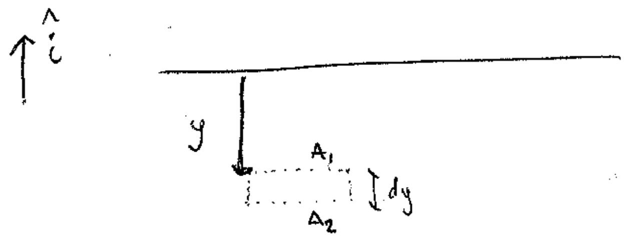
Problema 1

a) Considerando un volumen diferencial de fluido a una profundidad y, con una sección A y un espesor dy:



- Fuerza aplicada en A_1 : $F_1 = P(y) \cdot A$
- Fuerza aplicada en A_2: $F_2 = P(y+dy) \cdot A$
- masa del fluido : $m = \rho \cdot V = \rho A \cdot dy$

Newton en la dirección $\hat{i}$: $-F_1 - mg + F_2 = m\vec{a}$ ($\vec{a} = 0$ por fluido estático)

$$-P(y)\cdot\cancel{A} - \rho\cancel{A}dy\,g + P(y+dy)\cdot\cancel{A} = 0$$

$$P(y+dy) - P(y) = \rho g\, dy$$

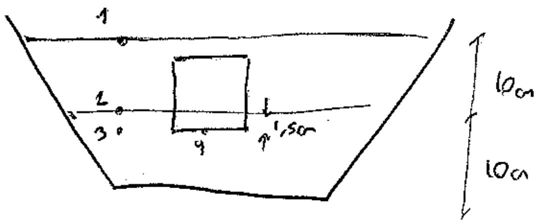
$$\frac{P(y+dy) - P(y)}{dy} = \rho g$$

$$\frac{dP}{dy} = \rho g \overset{\text{integrando}}{\Rightarrow} P(y) = \rho g y + C$$

$$C = P_0$$

Problema 1

b)



$h_1 = 10cm$

$h_2 = 1{,}5cm$

$P_3 = P_4$

$P_1 = P_0 = 101{,}3\ kPa$

$$P_2 = P_1 + \rho_{aceite}\, g \cdot h_1 = 101{,}3\,kPa + 790\,kg/m^3 \cdot 9{,}8\,m/s^2 \cdot 0{,}1m = 102{,}07\,kPa$$

$$P_3 = P_2 + \rho_{agua}\, g \cdot h_2 = 102{,}22\ kPa$$

$$\boxed{P_4 = 102{,}22\ kPa}$$

c) Densidad de ρ_m

Peso = Empuje en agua + Empuje en aceite → por equilibrio

$$M \cdot g = E_{ag} + E_{ac} \Rightarrow \rho_m (0{,}1m)^3 \cancel{g} = \cancel{g}\,\cancel{(0{,}1m)^2}\, 0{,}085m \cdot \rho_{aceite} + (0{,}1m)^2\, 0{,}015m \cdot \rho_{agua}\, g$$

$$\rho_m = \frac{0{,}085m\ \rho_{aceite} + 0{,}015m\ \rho_{agua}}{0{,}1m} = 821{,}5\ kg/m^3$$

$$\Rightarrow M = \rho \cdot V = 821{,}5\ kg/m^3 \cdot (0{,}1m)^2 = 0{,}8215\ kg$$

Problema 2

a)

Frecuencia fundamental cuando $\lambda = 2L$

$$F_1 = \frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{340\ m/s}{2 \cdot 0,6m} = 283,3\ Hz$$

$$F_2 = \frac{v_2}{\lambda_2} = \frac{340\ m/s}{2 \cdot 0,61} = 278,7\ Hz$$

$$F_{batido} = |F_2 - F_1| = 4,6\ Hz$$

b)

En un tubo abierto

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

$$F_n = \frac{n v}{2L}$$

En un tubo cerrado

$$\lambda_n = \frac{4L}{2n+1}$$

$$F_n = \frac{(2n+1) v}{4L}$$

- si fuese abierto - abierto: $\left.\begin{array}{l} \frac{n v}{2L} = 510\ Hz \\ \frac{(n+1) v}{2L} = 850\ Hz \end{array}\right\} \quad \frac{n}{n+1} = \frac{510}{850} \Rightarrow n = 1,5$

no es entero

- si fuese abierto - cerrado: $\left.\begin{array}{l} \frac{(2n+1) v}{4L} = 510 \\ \frac{(2(n+1)+1) v}{4L} = 850 \end{array}\right\} \quad \frac{2n+1}{2n+3} = \frac{510}{850} \Rightarrow n = 1$ ✓

$\Rightarrow \frac{3v}{4L} = 510\ Hz \Rightarrow L = \frac{3 \cdot 340\ m/s}{4 \cdot 510\ Hz} = 0,5\ m$ Verificando: $\frac{(2 \cdot 3+1) v}{4L} = \frac{7 \cdot 340\ m/s}{4 \cdot 0,5m} = 1190\ Hz$ ✓

c) La frecuencia fundamental se da cuando $n = 0 \Rightarrow \frac{(2 \cdot 0+1) v}{4L} = 170\ Hz$

d) Fuente fija, observador móvil: $F' = F\left(\frac{v_s + v_o}{v_s}\right)$

$v_o = 5\ km/h = 1,4\ m/s \Rightarrow F' = 170\ Hz\left(\frac{340\ m/s + 1,4\ m/s}{340\ m/s}\right) = 170,7\ Hz$

Problema 3:

a) (a) $dU = C_v\, dT = \delta Q + \delta W$

Pero en la expansión adiabática:

(b) $\delta Q = 0; \qquad \delta W = -P\,\delta V$

Con lo que se obtiene la siguiente relación:

(c) $\delta U = C_v\,\delta T = -P\,\delta V$

En el gas ideal se cumple:

$$P\,V = n\,R\,T$$
$$C_p - C_v = R$$
$$\gamma = C_p/C_v$$

Los valores C_p y C_v función del número de átomos en la molécula.

Despejando P y sustituyendo P y R en la Ec.(c) queda, para un mol de gas ($n = 1$) la relación diferencial:

$$\text{(d)} \qquad \frac{dT}{T} = -\frac{(\gamma - 1)\ dV}{V}$$

E integrando entre los estados inicial y final:

$$\text{(e)} \qquad \frac{T_f}{T_i} = \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{(\gamma-1)}$$

Teniendo en cuenta que al trabajar con gases perfectos se cumple $T = PV/R$, la Ec.(e) puede ponerse:

$$\frac{P_f\,V_f}{P_i\,V_i} = \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{(\gamma-1)} \qquad \rightarrow \qquad \frac{P_f}{P_i} = \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{(\gamma)}$$

Finalmente:

$$\text{(f)} \qquad P_f V_f^{\gamma} = P_i V_i^{\gamma} = Constante$$

b) $T_i V_i^{(\gamma-1)} = T_f V_f^{(\gamma-1)} \rightarrow T_f = T_i(V_i/V_f)^{(\gamma-1)} \rightarrow$ **Tf =320K**

$V_f = 0{,}8 \cdot V_i$

c) $\Delta U = nC_V\Delta T$

$n = \frac{P_iV_i}{RT_i}$

$C_V = (5/2)R$

$\Delta U = \frac{P_iV_i}{RT_i}n(5/2)R(T_f - T_i) = 331{,}7J$

d) $T_f' = 4{,}76T_i$

$T_f' = (V_i/0.8V_i)^{K(\gamma-1)}T_i$

$(V_i/0.8V_i)^{K(\gamma-1)} = 4.76$

$(\gamma - 1)K\ ln(1\,/0.8) = ln(4.76) \ \rightarrow \ K = 18$

Problema 4

Observación: el proceso no es cuasiestático, por lo tanto la presión del gas no es constante y además la expresión PV^{γ}=cte no vale.

a) $\Delta U=Q+W$
$Q=0$, $W<0$ (gas se expande y hace trabajo sobre el entorno). Entonces $\Delta U<0$.
Para gas ideal $\Delta U=nc_v\,\Delta T$ por lo tanto la temperatura disminuye.

b) Expansión irreversible del gas y sistema térmicamente aislado por lo que la entropía del sistema debe aumentar: $\Delta S_{univ}=\Delta S_{gas}>0$.

c) Presión final en equilibrio: $P_f=Mg/A=nRT_f/V_f$
Por lo tanto $T_f/V_f=Mg/(AnR)$.

d) $\Delta U=nc_v\,(T_f-T_0)=-\Delta U_{g,pistón}=-Mg(V_f-V_0)/A$
Despejando, $T_f=(c_vT_0+MgV_0/(nA))/c_p$.

e) $\Delta S_{univ}=\Delta S_{gas}+\Delta S_{amb}=\Delta S_{gas}=nc_v\ln(T_f/T_i)+nR\ln(V_f/V_i)$.