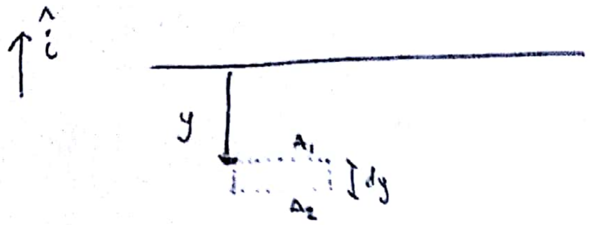
Problema 1

a) Considerando un volumen diferencial de fluido a una profundidad y, con una sección A y un espesor dy:



- Fuerza aplicada en A_1 $\quad F_1 = P(y) \cdot A$
- Fuerza aplicada en A_2: $\quad F_2 = P(y+dy) \cdot A$
- masa del fluido : $\quad M = \rho . V = \rho A \cdot dy$

Newton en la dirección $\hat{i}$: $\quad -F_1 - Mg + F_2 = M \cdot \vec{a}$ $\quad$ ($\vec{a} = 0$ por fluido estático)

$$-P(y) \cdot \cancel{A} - \rho \cancel{A} dy\, g + P(y+dy) \cancel{A} = 0$$

$$P(y+dy) - P(y) = \rho g \, dy$$

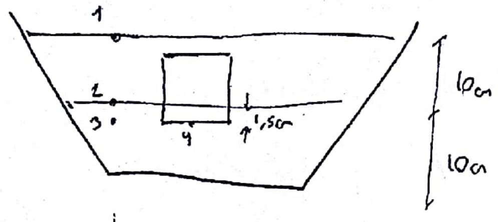
$$\frac{P(y+dy) - P(y)}{dy} = \rho g$$

$$\frac{dP}{dy} = \rho g \xrightarrow{\text{integrando}} P(y) = \rho g y + C$$

$$C = P_0$$

Problema 1

b)



$h_1 = 10cm$
$h_2 = 1,5cm$

$P_3 = P_4$

$P_1 = P_0 = 101,3\ kPa$

$P_2 = P_1 + \rho_{aceite} \cdot g \cdot h_1 = 101,3\ kPa + 790\ kg/m^3 \cdot 9,8\ m/s^2 \cdot 0,1m = 102,07\ kPa$

$P_3 = P_2 + \rho_{agua} \cdot g \cdot h_2 = 102,22\ kPa$

$\boxed{P_4 = 102,22\ kPa}$

c) Densidad de ρ_m

Peso = Empuje en agua + Empuje en aceite → por equilibrio

$M \cdot g = E_{ag} + E_{ac} \Rightarrow \rho_m (0,1m)^3 \cancel{g} = \cancel{g}(0,1m)^2 \cdot 0,085m \cdot \rho_{aceite} + (0,1m)^2 \cdot 0,015m \cdot \rho_{agua} \cdot g$

$\rho_m = \dfrac{0,085m\ \rho_{aceite} + 0,015m\ \rho_{agua}}{0,1m} = 821,5\ kg/m^3$

$\Rightarrow M = \rho \cdot V = 821,5\ kg/m^3 \cdot (0,1m)^2 = 0,8215\ kg$

Problema 2

a)

Frecuencia fundamental cuando $\lambda = 2L$

$$F_1 = \frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{340\,m/s}{2 \cdot 0{,}6m} = 283{,}3\ Hz$$

$$F_2 = \frac{v_2}{\lambda_2} = \frac{340\,m/s}{2 \cdot 0{,}61} = 278{,}7\ Hz$$

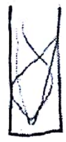
$$F_{batido} = |F_2 - F_1| = 4{,}6\ Hz$$

b) En un tubo abierto

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

$$F_n = \frac{nv}{2L}$$

En un tubo cerrado



$$\lambda_n = \frac{4L}{2n+1}$$

$$F_n = \frac{(2n+1)v}{4L}$$

- si fuese abierto – abierto: $\left.\begin{array}{l} \dfrac{nv}{2L} = 510\ Hz \\ \dfrac{(n+1)v}{2L} = 850\ Hz \end{array}\right\} \quad \dfrac{n}{n+1} = \dfrac{510}{850} \Rightarrow n = 1{,}5$

no es entero

- si fuese abierto – cerrado: $\left.\begin{array}{l} \dfrac{(2n+1)v}{4L} = 510 \\ \dfrac{(2(n+1)+1)v}{4L} = 850 \end{array}\right\} \quad \dfrac{2n+1}{2n+3} = \dfrac{510}{850} \Rightarrow n = 1$ ✓

$$\Rightarrow \frac{3v}{4L} = 510\ Hz \Rightarrow L = \frac{3 \cdot 340\,m/s}{4 \cdot 510\ Hz} = 0{,}5\ m$$

Verificando: $\dfrac{(2 \cdot 3 + 1)v}{4L} = \dfrac{7 \cdot 340\,m/s}{4 \cdot 0{,}5m} = 1190\ Hz$ ✓

c) La frecuencia fundamental se da cuando $n = 0 \Rightarrow \dfrac{(2 \cdot 0 + 1)v}{4L} = 170\ Hz$

d) Fuente fija, observador móvil: $F' = F\left(\dfrac{v_s + v_o}{v_s}\right)$

$$v_o = 5\,km/h = 1{,}4\,m/s \Rightarrow F' = 170\,Hz\left(\frac{340\,m/s + 1{,}4\,m/s}{340\,m/s}\right) = 170{,}7\ Hz$$

Problema 3:

a) (a) $dU = C_v\, dT = \delta Q + \delta W$

Pero en la expansión adiabática:

(b) $\delta Q = 0; \quad \delta W = -P\, \delta V$

Con lo que se obtiene la siguiente relación:

(c) $\delta U = C_v\, \delta T = -P\, \delta V$

En el gas ideal se cumple:

$$P\,V = n\,R\,T$$
$$C_p - C_v = R$$
$$\gamma = C_p/C_v$$

Los valores C_p y C_v función del número de átomos en la molécula.

Despejando P y sustituyendo P y R en la Ec.(c) queda, para un mol de gas ($n = 1$) la relación diferencial:

(d) $$\frac{dT}{T} = -\frac{(\gamma - 1)\; dV}{V}$$

E integrando entre los estados inicial y final:

(e) $$\frac{T_f}{T_i} = \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{(\gamma-1)}$$

Teniendo en cuenta que al trabajar con gases perfectos se cumple $T = PV/R$, la Ec.(e) puede ponerse:

$$\frac{P_f\,V_f}{P_i\,V_i} = \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{(\gamma-1)} \quad \rightarrow \quad \frac{P_f}{P_i} = \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{(\gamma)}$$

Finalmente:

(f) $P_f V_f^{\gamma} = P_i V_i^{\gamma} = Constante$

b) $T_i V_i^{(\gamma-1)} = T_f V_f^{(\gamma-1)} \rightarrow T_f = T_i(V_i/V_f)^{(\gamma-1)} \rightarrow$ **T_f =320K**

$V_f = 0{,}8 \cdot V_i$

c) $\Delta U = nC_v\Delta T$

$n = \frac{P_i V_i}{RT_i}$

$C_v = (5/2)R$

$\Delta U = \frac{P_i V_i}{RT_i}(5/2)R(T_f - T_i) = 331{,}7J$

d) $T_f{}' = 4{,}76T_i$

$T_f{}' = (V_i/0.8V_i)^{K(\gamma-1)}T_i$

$(V_i/0.8V_i)^{K(\gamma-1)} = 4.76$

$(\gamma - 1)K\, ln(1/0.8) = ln(4.76) \rightarrow K = 18$

Problema 4

Solución

a) $\Delta U = Q + W$
$Q = 0$, $W < 0$ (gas se expande y hace trabajo sobre el entorno). Entonces $\Delta U < 0$.
Para gas ideal $\Delta U = nc_v\,\Delta T$ por lo tanto la temperatura disminuye.
b) Expansión irreversible del gas y sistema térmicamente aislado por lo que la entropía del sistema debe aumentar.
c) Presión final en equilibrio: $P_f = Mg/A = nRT_f/V_f$
Por lo tanto $T_f/V_f = Mg/(AnR)$
d) $\Delta U = nc_v\,(T_f - T_0) = W = -Mg(V_f - V_0)/A$
Despejando, $T_f = (c_v T_0 + MgV_0/(nA))/c_p$.
e) $\Delta S_{univ} = \Delta S_{gas} + \Delta S_{amb} = \Delta S_{gas}$.
$= nc_v \ln(T_f/T_i) + nR\ln(V_f/V_i)$