Universidad de la República — **Cálculo diferencial e integral en varias variables**
Facultad de Ingeniería - IMERL — **Segundo semestre 2018**

Primer parcial.

Nº. Parcial	Apellido y nombre	Firma	Cédula	Asiste a teórico

PARA USO DOCENTE

Ej 1	Ej 2	Ej 3	Ej 4	Ej 5	Ej 6	**Total**

Ejercicios de Múltiple Opción.

Total: 25 puntos.

5 puntos respuesta correcta, -1 puntos respuesta incorrecta.

1. Se considera conjunto $B = \bigcup_{n\in\mathbb{N}^*}\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : xy = 1/n\}$. Determinar la opción correcta:

(A) $\partial B \cap B = \emptyset$. ☐

(B) B es un conjunto cerrado. ☐

(C) $B' \cap B = \emptyset$. ☐

(D) $A \subset \overline{B}$, donde $A = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : y = 0\}$. ☐

2. Se considera la sucesión $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tal que $a_0 = k$, $k\in\mathbb{R}$, y $a_{n+1} = \sqrt{\frac{a_n}{2+a_n}}$.
Indicar la opción correcta:

(A) Para $k = 1$, (a_n) es monotona creciente y $\lim a_n = +\infty$. ☐

(B) Para $k = \frac{1}{4}$, (a_n) es monotona decreciente y $\lim a_n = 0$. ☐

(C) Para $k = 1$, no es monotona decreciente ni monotona creciente y $\lim a_n = -1+\sqrt{2}$. ☐

(D) Para $k = \frac{1}{4}$, (a_n) es monotona creciente y $\lim a_n = -1+\sqrt{2}$. ☐

3. Consideremos $z = r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi))$ tal que $z^3 = i$ y $\varphi \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$; $w = r'(\cos(\theta) + i\sin(\theta))$ tal que $w^3 = -i$ y $\theta \in [\pi, \frac{3\pi}{2}]$.

Indicar la opción correcta:

(A) $z + w = \frac{i}{2}$. ☐

(B) $z + w = i$. ☐

(C) $z + w = -\sqrt{3}$. ☐

(D) $z + w = \sqrt{3} + i$. ☐

4. Sea $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ una sucesión de números reales positivos cuyos términos satisfacen

$$1 < \frac{a_{n+1}}{a_n} < 2$$

Indicar la opción correcta:

(A) $\sum \frac{a_n}{n!}$ diverge y $\sum \frac{a_n}{e^n}$ converge. ☐

(B) $\sum \frac{a_n}{n!}$ converge y $\sum \frac{a_n}{e^n}$ converge. ☐

(C) $\sum \frac{a_n}{n!}$ diverge y $\sum \frac{a_n}{e^n}$ diverge. ☐

(D) $\sum \frac{a_n}{n!}$ converge y $\sum \frac{a_n}{e^n}$ diverge. ☐

5. Consideramos la siguiente ecuación diferencial con condición inicial:

$$\begin{cases} x' = \frac{(x-2)^2}{(t+1)^2} \\ \\ x(0) = \frac{5}{2} \end{cases}$$

Entonces $x(1)$ vale:

(A) 4. ☐ (B) $\frac{9}{2}$. ☐ (C) 2. ☐ (D) $\frac{8}{3}$. ☐

Ejercicio de Desarrollo

Total: 15 puntos.

6.

i. Enunciar y demostrar el criterio integral.

ii. Clasificar $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n\ln(n)^{\alpha}}$, discutiendo según $\alpha \in \mathbb{R}$.