

### Primer parcial.

Duración: 3 horas.

Nº. Parcial	Apellido y nombre	Firma	Cédula	Asiste a teórico

Indique sus respuestas en los casilleros correspondientes, con letras mayúsculas imprenta: A, B, C o D.

MO 1	MO 2	MO 3	MO 4

#### Ejercicios de Múltiple Opción.

Total: 20 puntos. 5 puntos si la respuesta es correcta, 0 punto por no contestar y -1.25 si la respuesta es incorrecta.

1. Sean  $z_1, z_2$  y  $z_3$  las tres raíces de la ecuación  $z^3 = 1$ . Indicar la opción correcta:

- (A)  $z_1 z_2 z_3 = 1$ .
- (B)  $z_1 z_2 z_3 = i$ .
- (C)  $z_1 z_2 z_3 = -1$ .
- (D)  $z_1 z_2 z_3 = -i$ .

2. Sea  $x(t)$  la solución a la ecuación diferencial  $x'' + 2x' + x = e^t$  que cumple  $x(1) = \frac{e}{4} + \frac{1}{e}$ ;  $x'(1) = \frac{e}{4} - \frac{1}{e}$ . Indicar la opción correcta:

- (A)  $x(0) = \frac{5}{4}$ .
- (B)  $x(0) = \frac{3}{4}$ .
- (C)  $x(0) = \frac{e}{2}$ .
- (D)  $x(0) = \frac{2}{e}$ .

3. Considere la serie  $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n \log(n)}$ . Indicar la opción correcta:

- (A) La serie converge pero no converge absolutamente.
- (B) La serie diverge.
- (C) La serie oscila.
- (D) La serie converge absolutamente.

4. Considerar la integral impropia  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{(x^2 + 1)^s} dx$  donde  $s$  es un número real. Indicar la opción correcta:

- (A) La integral converge solamente si  $s < 1/2$ .
- (B) La integral converge solamente si  $s > 1/2$ .
- (C) La integral converge para todo valor de  $s$ .
- (D) La integral no converge para todo valor de  $s$ .

### Ejercicios de Desarrollo

Total: 20 puntos.

5. **Problema 1** (10 puntos) Sea  $a_n : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  una sucesión de números

- (a) Definir sucesión acotada y sucesión convergente.
- (b) Demostrar que toda sucesión  $a_n$  convergente es una sucesión acotada.
- (c) ¿Vale el recíproco de la afirmación anterior? Probar o dar un contraejemplo.

6. **Problema 2** (10 puntos) Sea  $A$  un conjunto de  $\mathbb{R}^n$

- (a) Definir el interior de un conjunto  $A \subseteq \mathbb{R}^n$ .
- (b) Definir punto de acumulación de un conjunto  $A \subseteq \mathbb{R}^n$ .
- (c) Considerar el conjunto  $A$  del plano definido por:

$$A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} < 1 \right\} \cap (\mathbb{N} \times \mathbb{N})^c.$$

Representar gráficamente los puntos de acumulación de  $A$  que no son interiores. Justificar.