

Curso

# **SISTEMAS Y CONTROL**

## **Clase 33**

**Fotogramas de los pizarrones de clases filmadas**

Prof. Rafael Canetti

Instituto de Ingeniería Eléctrica,  
Facultad de Ingeniería, Universidad de la República  
Montevideo, Uruguay.  
Año 2020

Este material fue elaborado como material de apoyo para ser utilizado por los estudiantes de este curso de Ingeniería Eléctrica de la Facultad de Ingeniería, Universidad de la República (UdelaR).

No está autorizado su uso con fines comerciales. No está autorizada su edición, recorte o modificación. Ni tampoco su uso sin indicar adecuadamente su origen.

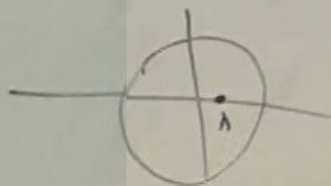
## ESTABILIDAD (Sist. en t. discreto)

$$\begin{cases} x_{k+1} = \phi x_k + \Gamma u_k \\ y_k = C x_k + D u_k \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} u_k \in \mathbb{R}^r \\ x_k \in \mathbb{R}^n \\ y_k \in \mathbb{R}^m \end{array} \right\} \forall k \geq k_0$$

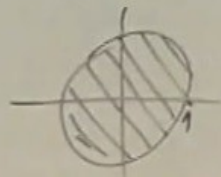
$u_k$   
 $x_0$  } consistencia

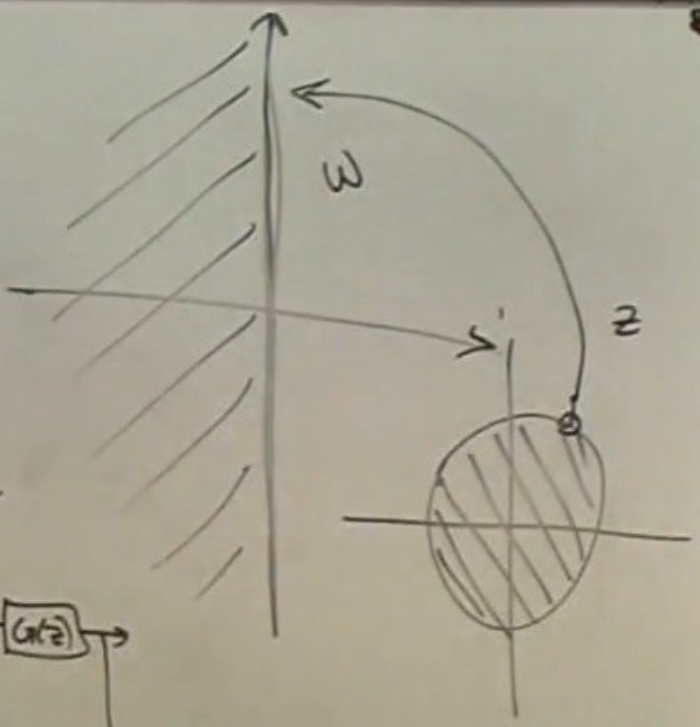
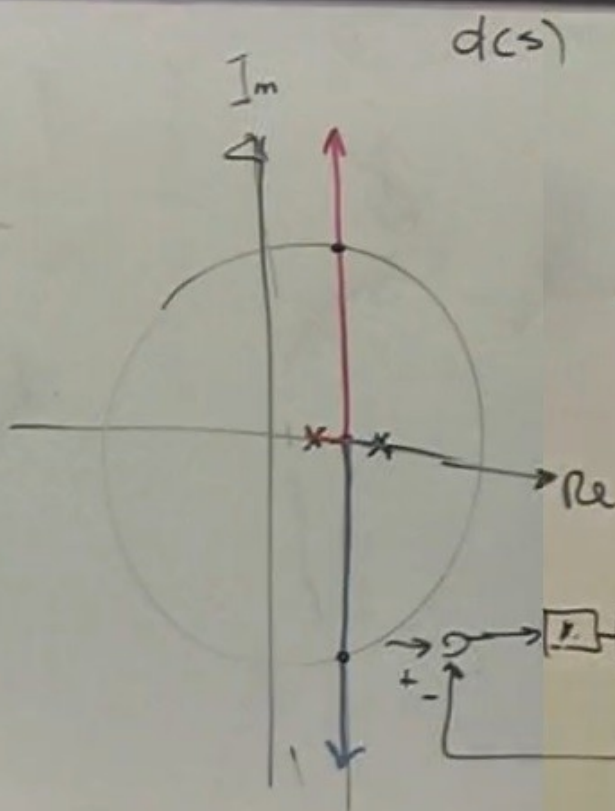
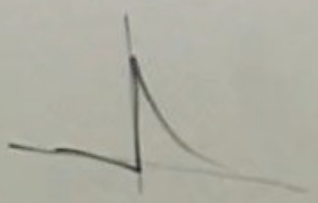
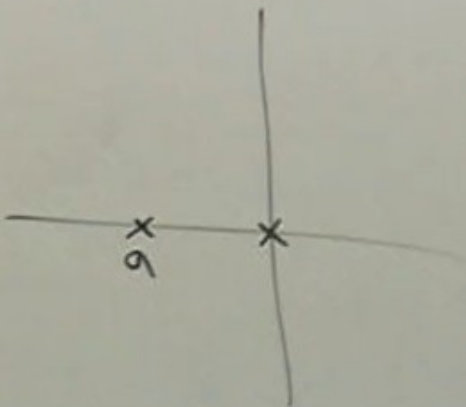
$$\frac{z}{z-\lambda} \rightarrow \lambda^k$$

BIBO estable  $\Leftrightarrow$  todos los  $\lambda_i$  ( $i=1 \dots n$ ) /  $|\lambda_i| < 1$   
( $\lambda_i$ : autovalores de  $\phi$ )



$$\det(zI - \phi) = 0$$





CRITERIOS de ESTABILIDAD — Criterio de Jury - Schur-Kohn

	$z^n$	$z^{n-1}$	$z^{n-2}$	...	$z$	$z^0$
$^n A(z)$	$a_0$	$a_1$	$a_2$	...	$a_{n-1}$	$a_n$
$z^n A(z')$	$a_n$	$a_{n-1}$	$a_{n-2}$	...	$a_1$	$a_0$
$n-1$	$a_0^{n-1}$	$a_1^{n-1}$	$a_2^{n-1}$	...	$a_{n-1}^{n-1}$	
	$a_{n-1}^{n-1}$	$a_{n-2}^{n-1}$	$a_{n-3}^{n-1}$	...	$a_0^{n-1}$	
$n-2$						

$$\alpha_n = \frac{a_n}{a_0}$$

$$a_i^{k-1} = a_i^k - \alpha_k a_{ki}^k$$

$$A(z) = a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + a_2 z^{n-2} + \dots + a_n$$

$$A(z) = a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + a_2 z^{n-2} + \dots + a_{n-1} z + a_n$$

REALIMENTACIÓN de ESTADOS

$+ \Gamma u_k$   
 $+ D u_k$

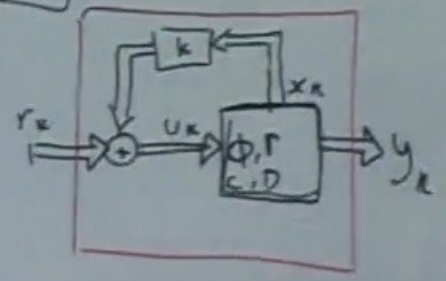
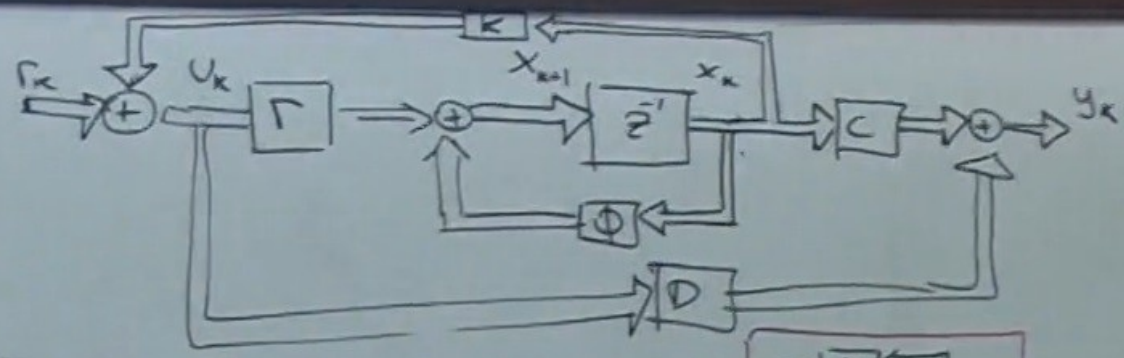
$u_k \in \mathbb{R}^r$   
 $y_k \in \mathbb{R}^m$   
 $x_k \in \mathbb{R}^n$

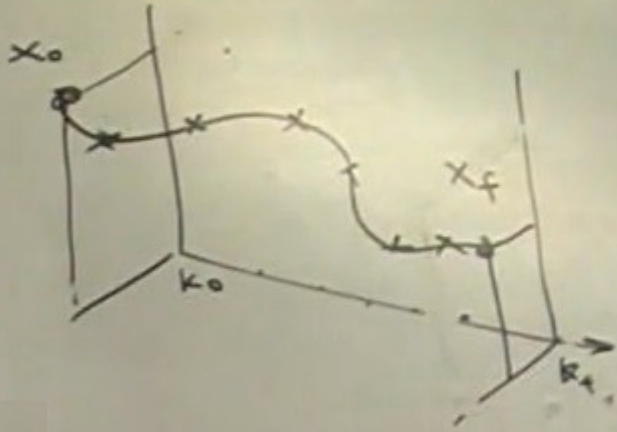
$$\left[ \begin{array}{c} \Phi + \Gamma K \\ \hline \Phi \end{array} \right]$$

$\Rightarrow \Phi'$

$$\mathcal{L} = \left[ \begin{array}{c|c} \Gamma & \Phi \Gamma \\ \hline \Gamma & \Phi \Gamma \end{array} \right]$$

es de rango completo





## Controlabilidad.

$$\begin{bmatrix} x_k - \Phi^k x_0 \\ \uparrow \\ \Gamma \end{bmatrix} = \sum_{i=0}^{k-1} \Phi^{k-i-1} \Gamma u_i$$

$u_0$   
 $u_1$   
 $u_2$   
 $\vdots$   
 $u_{k-1}$

$$\mathcal{C} = \left[ \Gamma \mid \Phi \Gamma \mid \Phi^2 \Gamma \mid \dots \mid \Phi^{k-1} \Gamma \right]$$