

Curso

# **SISTEMAS Y CONTROL**

## **Clase 31**

**Fotogramas de los pizarrones de clases filmadas**

Prof. Rafael Canetti

Instituto de Ingeniería Eléctrica,  
Facultad de Ingeniería, Universidad de la República  
Montevideo, Uruguay.  
Año 2020

Este material fue elaborado como material de apoyo para ser utilizado por los estudiantes de este curso de Ingeniería Eléctrica de la Facultad de Ingeniería, Universidad de la República (UdelaR).

No está autorizado su uso con fines comerciales. No está autorizada su edición, recorte o modificación. Ni tampoco su uso sin indicar adecuadamente su origen.

TEMA en TIEMPO DISCRETO

①

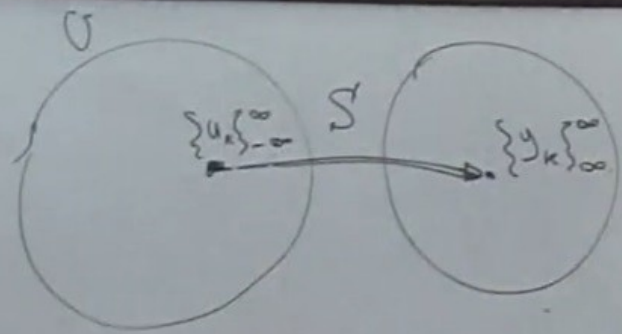
$$y_k = \sum_{i=0}^n \alpha_i u_{k-i} - \sum_{j=1}^n \beta_j y_{k-j}$$

$$Y(z) = \frac{\alpha_n + \alpha_{n-1}z^{-1} + \dots + \alpha_0 z^{-n}}{1 + \beta_{n-1}z^{-1} + \dots + \beta_0 z^{-n}} U(z)$$

$$Y(z) = \frac{\alpha_n z^n + \alpha_{n-1} z^{n-1} + \dots + \alpha_0}{z^n + \beta_{n-1} z^{n-1} + \dots + \beta_0} U(z)$$

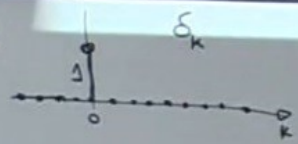
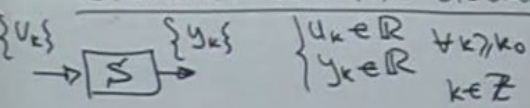
$$H(z) = \frac{\alpha_n z^n + \alpha_{n-1} z^{n-1} + \dots + \alpha_0}{z^n + \beta_{n-1} z^{n-1} + \dots + \beta_0}$$

$$H(z) = \left[ \frac{z^n + \beta_{n-1} z^{n-1} + \dots + \beta_0}{z^n + \beta_{n-1} z^{n-1} + \dots + \beta_0} \right]^{-1} \left[ \frac{\alpha_n z^n + \dots + \alpha_0}{z^n + \beta_{n-1} z^{n-1} + \dots + \beta_0} \right]$$



②  $\Rightarrow Y(z) = H(z) U(z)$

SISTEMA en TIEMPO DISCRETO

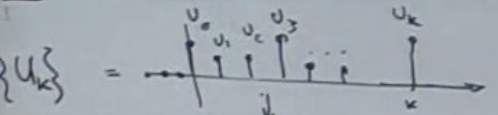


$$\delta_k = \begin{cases} 1 & \text{si } k=0 \\ 0 & \text{si } k \neq 0 \end{cases}$$

$$\{h_k\} = \mathcal{S}[\{\delta_k\}]$$

respuesta al pulso unitario.  
 sucesión de "peso" del sistema

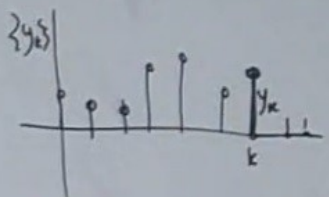
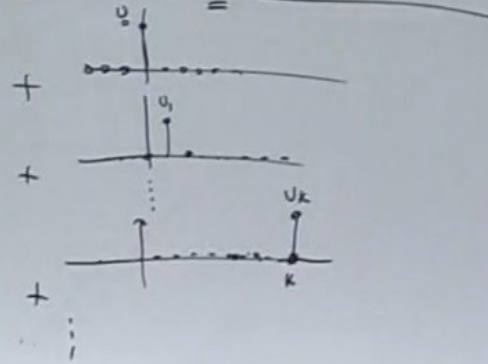
Hip S es causal, lineal e inv. en t.



$$\{y_k\} = \sum_{n=0}^{\infty} u_{k-n} \{\delta_{k-n}\}$$

$$\Rightarrow \{y_k\} = \sum_{n=0}^{\infty} u_{k-n} \cdot \{h_{k-n}\}$$

$$Y(z) = H(z) \cdot U(z)$$



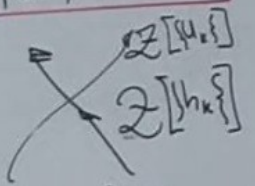
$$y_k = u_0 h_k + u_1 h_{k-1} + u_2 h_{k-2} + \dots + u_n h_{k-n} + \dots$$

$$y_k = \sum_{n=0}^{\infty} u_n h_{k-n} \Rightarrow \sum_{n=0}^k u_n h_{k-n}$$

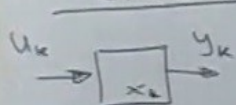
$$\{y_k\} = \{u_k\} \otimes \{h_k\}$$

$$y_k = \sum_{n=0}^k u_n h_{k-n}$$

causal  
 lineal  
 inv. en t.



SISTEMA din. LINEAL de PARÁMETROS CONCENTRADOS



$$\begin{cases} u_k \in \mathbb{R}^r \\ y_k \in \mathbb{R}^m \\ x_k \in \mathbb{R}^n \end{cases} \quad \forall k \geq k_0$$

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \phi_k x_k + \Gamma_k u_k \\ y_k &= C_k x_k + D_k u_k \end{aligned}$$

var. est

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \phi x_k + \Gamma u_k \\ y_k &= C x_k + D u_k \end{aligned}$$

S. din. lineal por conc. invar. est

$$\begin{cases} u_k (k, k_0) \\ x_{k_0} = x_0 \end{cases} \text{ conocidos}$$

¿Cómo calcular  $\{y_k\}$ ?

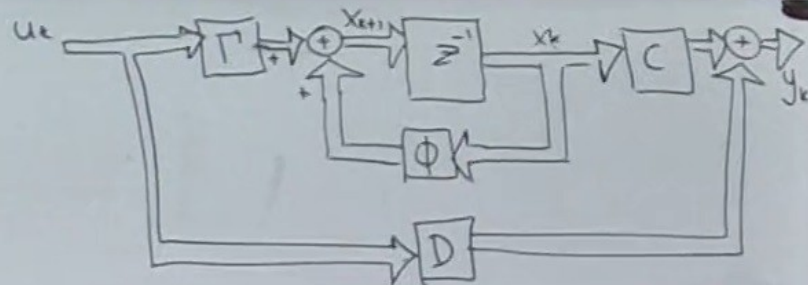
$k_0=0$

① Tr. Z

$$\begin{cases} z[X(z) - x_0] = \phi X(z) + \Gamma U(z) \Rightarrow [zI - \phi] X(z) = z x_0 + \Gamma U(z) \\ Y(z) = C X(z) + D U(z) \end{cases}$$

$$Y(z) = H(z) U(z)$$

$$\text{Sol. } H(z) = C(zI - \phi)^{-1} \Gamma + D$$



$$X(z) = z [zI - \phi]^{-1} x_0 + [zI - \phi]^{-1} \Gamma U(z)$$

$$Y(z) = C z [zI - \phi]^{-1} x_0 + \underbrace{[C(zI - \phi)^{-1} \Gamma + D]}_{H(z)} U(z)$$

$Y(z)$