Curso

SISTEMAS Y CONTROL

Clase 06

Fotogramas de los pizarrones de clases filmadas

Prof. Rafael Canetti

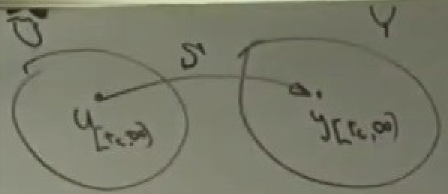
Instituto de Ingeniería Eléctrica,
Facultad de Ingeniería, Universidad de la República
Montevideo, Uruguay.
Año 2021

Sistemas

$u_{[t_c,\infty)} : [t_c,\infty) \to \mathscr{C}_u \qquad u_{[t_c,\infty)} \in U$

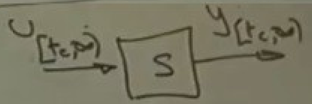
$y_{[t_c,\infty)} : [t_c,\infty) \to \mathscr{C}_y \qquad y_{[t_c,\infty)} \in Y$

Sistema: $U, Y, S \qquad [t_c,\infty)$ CT



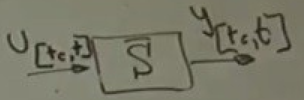
$y_{[t_c,\infty)} = S\left[u_{[t_c,\infty)}\right]$

$y_{[t_c,\infty)} = S\left[u_{[t_c,\infty)}\right]$



causalidad (propiedad)

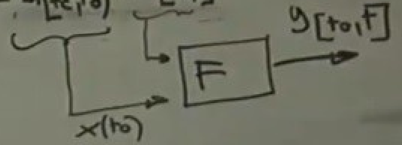
$y_{[t_c,t]} = \bar{S}\left[u_{[t_c,t]}\right]$



(det. de estado)

$y_{[t_0,t]} = \bar{F}\left[x_{t_0}, u_{[t_0,t]}\right]$

$u_{[t_c,t]} = u_{[t_c,t_0)} \,\dot{+}\, u_{[t_0,t]}$

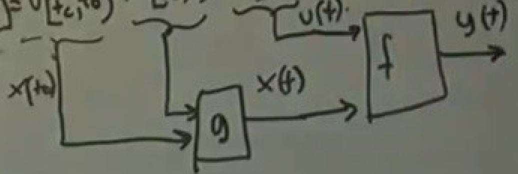


$y_{[t_0,t]} = F\left[x_{t_0}, u_{[t_0,t]}\right]$

$$\left\{\begin{array}{ll} x(t) = g\left[x(t_0), u_{[t_0,t)}, t_0, t\right] & \text{L.E.E.} \\ y(t) = f(x(t), u(t), t) & \text{L.D.S.} \end{array}\right.$$

$x(t) = \phi(x(t_0), u_{[t_0,t)}, t_0, t)$

$u_{[t_c,t]} = u_{[t_c,t_0)} \,\dot{+}\, u_{[t_0,t)} \,\dot{+}\, u_{[t,t]}$

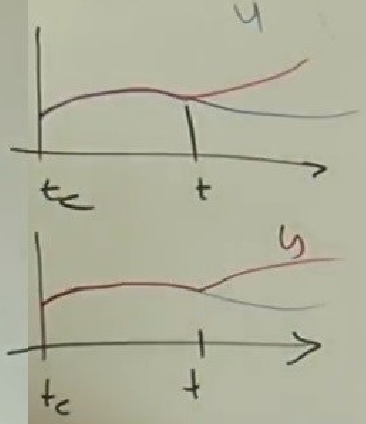


Sistemas

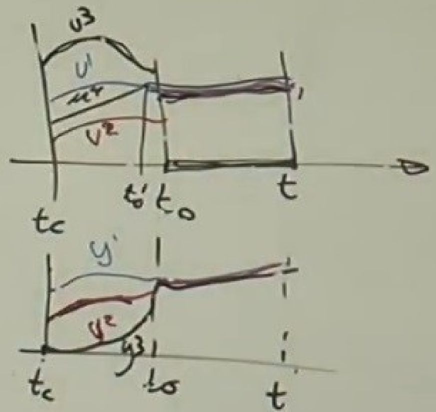
$\# \mathcal{X}_{t_0}$

$\# \bar{X} \leftrightarrow$

Algeb. (sin u)	1	
	n	
	∞	$\mathbb{N}$
	∞	$\mathbb{R}^n$
	∞	$L_1, L_2 \ldots$

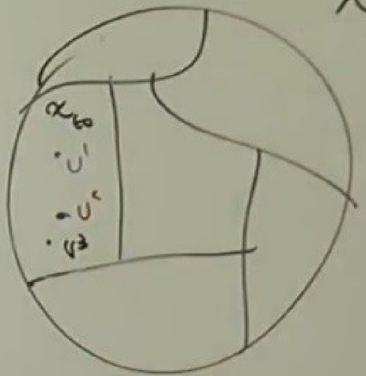


$$y_{[t_0', t]} = F\left[x_{t_0'} ; \begin{matrix} u^1 \\ u^4 \end{matrix}\right]$$



$\bar{U}$

$$\begin{matrix} X & & x_{t_0} \\ \updownarrow & & \updownarrow \\ \mathcal{X}_{t_0} & & x_{t_0} \end{matrix}$$

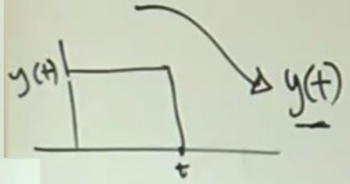


Sistemas

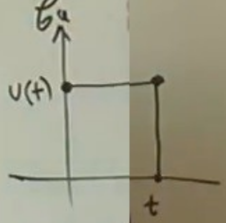
$$y_{[t_0,t]} = F\left[x(t_0),\, u_{[t_0,t]}\right]$$

$t_0 = t$

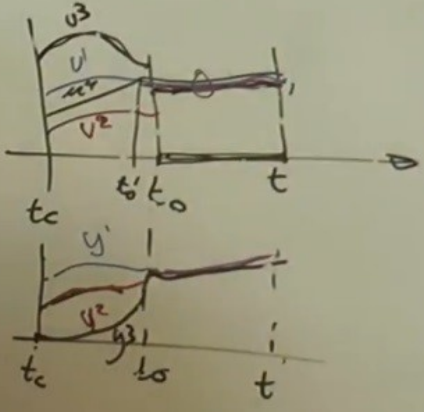
$$y_{[t,t]} = F\left[x(t),\, u_{[t,t]}\right]$$



$$y(t) = f\big(\underbrace{x(t),\, u(t),\, t}_{u_{[t,t]}}\big)$$



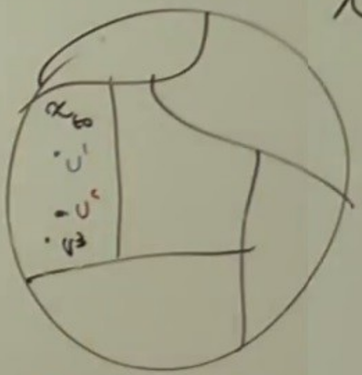
$$y_{[t_0',t]} = F\left[x_{t_0'};\, u^1 \ldots u^4\right]$$



$\bar{U}$

$X \updownarrow \mathcal{X}_{t_0}$

$x_{t_0} \updownarrow x_{t_0}$



Invariancia en el tiempo

U, Y, S

$u_{[t_0,\infty)} \to \boxed{S'} \to y_{[t_0,\infty)}$

$w(t) = R_\tau(x(t)) = x(t-\tau)$

CLASIFICACIÓN de SISTEMAS por sus PROPIEDADES

Def dado el sistema U, Y, S

$U_{(-\infty,\infty)}$
$Y_{(-\infty,\infty)}$ Se dice que el sist. S es inv. en el t. $\Longleftrightarrow$ conmuta con el retardo

$$S(R_T(u)) = R_T(S(u))$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u \to \boxed{R_T} \to \boxed{S} \to \\ \qquad \equiv \\ u \to \boxed{S} \to \boxed{R_T} \to \end{array} \right.$$

$$\dot{y} = \frac{1}{RC}u - \frac{1}{RC}y$$

$$w = y^{\frac{1}{3}} \Rightarrow y = w^3$$

$$\dot{y} = 3w^2\dot{w}$$

$$3w^2\dot{w} = \frac{1}{RC}u - \frac{1}{RC}w^3$$

$$\boxed{\dot{w} = \frac{1}{RC}\frac{u}{3w^2} - \frac{1}{RC3}w}$$

CLASIFICACIÓN de SISTEMAS por sus PROPIEDADES

Invariancia en el tiempo

$$u_{[t_0,\infty)} \longrightarrow \boxed{S'} \xrightarrow{\;y_{[t_0,\infty)}\;} \qquad U, Y, S$$

$$w(t) = R_T(x(t)) = x(t-T)$$

Def dado el sistema U, Y, S

$u_{(-\infty,\infty)}$ Se dice que el sist. S es inv. en el t. $\Longleftrightarrow$ conmuta con el retardo

$y_{(-\infty,\infty)}$

Se dice que la representación F del sistema es inv. en el tiempo $\Longleftrightarrow$ conmuta con el retardo

$$F\left[x_0, \underbrace{R_T u_{[t_0,t]}}\right] = R_T\left(F\left[x_0, u_{[t_0,t]}\right]\right)$$

LINEALIDAD

CLASIFICACIÓN de SISTEMAS por sus PROPIEDADES

Sea el sistema U, Y, S con U, Y son esp. vector. sobre un mismo $\mathbb{K}$

se dice que S es lineal $\iff$

$$S\Big[\underbrace{k\, \underbrace{u^1_{[t_c,\infty)} + k\, u^2_{[t_c,\infty)}}_{u_{[t_c,\infty)}}}_{y_{[t_c,\infty)}}\Big] = k\, \underbrace{S\big[u^1_{[t_c,\infty)}\big]}_{y^1_{[t_c,\infty)}} + k\, \underbrace{S\big[u^2_{[t_c,\infty)}\big]}_{y^2_{[t_c,\infty)}}$$

$\forall \begin{cases} k \in \mathbb{K} \\ u^1, u^2 \in U \end{cases}$

$u^1, u^2, \dots$

$u = \sum_i \alpha_i u^i \qquad S[u] = \sum_i \alpha_i S[u^i]$

LINEALIDAD

CLASIFICACIÓN de SISTEMAS por sus PROPIEDADES

Sea el sistema $\bar{U}, Y, S, \bar{X}$ con $\bar{U}, Y, \bar{X}$ son e.v. sobre un mismo $\bar{K}$

F

se dice que la representación F es lineal $\iff$

$$\forall \begin{cases} k \in K \\ u^1, u^2 \in U \\ x^1, x^2 \in X \end{cases} \qquad F\left[(kx^1+kx^2),(ku^1+ku^2)_{[t_0,t]}\right] = \overbrace{k F\left[x^1, u^1_{[t_0,t]}\right]}^{y^1} + \overbrace{k F\left[x^2, u^2_{[t_0,t]}\right]}^{y^2}$$

prop. de las rep. lin

$$F(x_0, u_{[t_0,t]}) = \underbrace{F(x_0, \underline{0}_{[t_0,t]})}_{\text{resp. libre}} + \underbrace{F(\underline{0}, u_{[t_0,t]})}_{\text{resp. forzada}}$$

$$F(kx^1+k^2, \underline{0}_{[t_0,t]}) = kF(x^1, \underline{0}_{[t_0,t]}) + k\,F(x^2, \underline{0}_{[t_0,t]})$$

$$F\left(\underline{0}, k(u^1+u^2)_{[t_0,t]}\right) = kF\left[\underline{0}, u^1_{[t_0,t]}\right] + kF\left[\underline{0}, u^2_{[t_0,t]}\right]$$