Solución

1.

Los ensayos representados en las Figuras 2a y 2b consideran como entrada el voltaje de alimentación del motor, y la velocidad del eyector. Observando el perfil de la velocidad representada en la Figura 2a es válido asumir que podemos usar un modelo de primer orden, de la forma

$$\dot{H}(s) = \frac{\alpha}{\beta + s}$$

Sea $\dot{x}(s)$ la transformada de la velocidad del eyector, y $v(s)$ la transformada del voltaje de entrada, podemos aplicar el TVF de la siguiente manera

$$\lim_{t\to\infty} \dot{x}(t) = \lim_{s\to 0} s\,\dot{x}(s) = \lim_{s\to 0} s\dot{H}(s)v(s) = \lim_{s\to 0} \frac{\alpha s}{\beta + s}.\frac{Vin}{s}$$

$$1\,{}^{m}/_{s} = 10V.\lim_{s\to 0} \frac{\alpha s}{s(\beta + s)}$$

$$0.1\ {}^{m}/_{sV} = \frac{\alpha}{\beta}$$

Este valor corresponde también a la ganancia en continua del sistema. Analizando el ensayo en frecuencia de la Figura 2b vemos que la ganancia del sistema para la frecuencia estudiada es

$$G_{f_0} = \frac{0{,}71\,{}^{m}/_{s}}{10V} = 0{,}071\ {}^{m}/_{Vs}$$

Comparándola con la ganancia en continua podemos ver que $G_{f_0} = \frac{G_0}{\sqrt{2}}$, lo que nos indica que estamos en la frecuencia del polo.

$$\omega_P = \beta = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{41.9ms} = 150\ s^{-1}$$

$$\alpha = 2\,{}^{m}/_{sV}\,\beta = 15\,{}^{m}/_{s^2V}$$

A partir de este punto se ignoran las unidades por simplicidad. Sustituyendo,

$$\dot{H}(s) = \frac{\alpha}{\beta + s} = \frac{15}{150 + s}$$

Como la transferencia solicitada requiere que la salida sea la posición del eyector

$$H(s) = \frac{\dot{H}(s)}{s} = \frac{15}{s(150 + s)}$$

El sistema tiene un polo en $\omega = 0$, por lo que no es estable en posición, pero sí en velocidad.

2.

Para que el sistema funcione correctamente, éste debe ser capaz de rechazar dos tomates de manera consecutiva. Hay dos escenarios posibles para el problema, que determinan los tiempos de respuesta críticos:

- La cámara capta un tomate a rechazar en una posición, y el eyector se encuentra inactivo
  - En este caso, el tiempo de respuesta crítico queda determinado por el tiempo que necesita un tomate en llegar del borde de la cinta al eyector, menos el tiempo necesario para desplegarlo.

$$t_{critico} = \sqrt{\frac{0.25m}{9.8\, {}^{m}/_{s^2}}} - t_{activación} = 130ms$$

- La cámara capta un tomate a rechazar, y el eyector está en proceso de rechazar otro.
  - El equipo de control de calidad determina que en el peor caso llega un tomate defectuoso cada 250ms

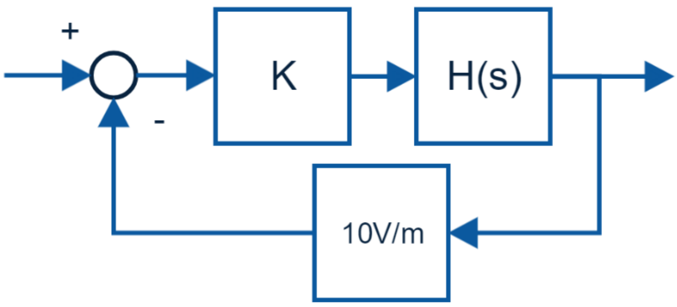
$$t_{critico} = 250ms - t_{activación} = 220ms$$

Por otra parte, en el peor caso el eyector debe rechazar un tomate detectado en un extremo estando posicionado en el extremo opuesto, por lo que el máximo recorrido es de 100 cm. Debido a que el sistema de eyección no es instantáneo, es necesario estabilizar la posición del mecanismo en el rango adecuado.

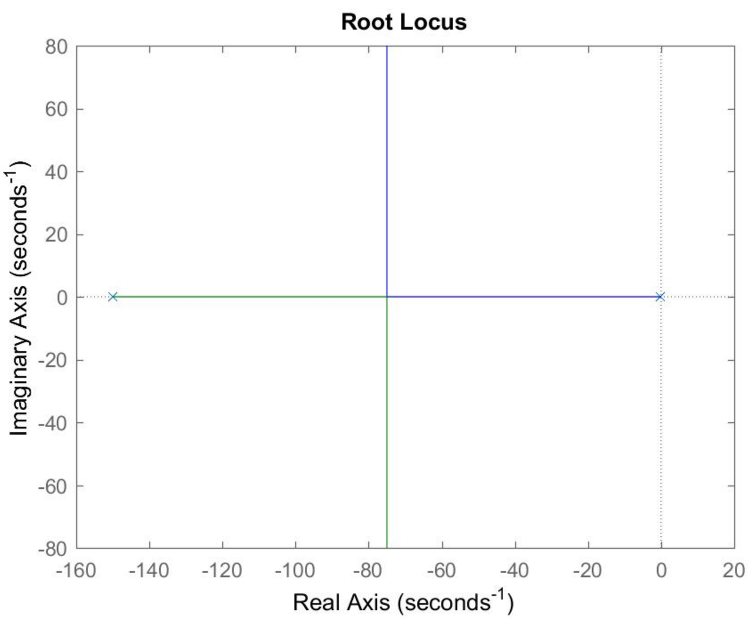
Como la paleta del eyector mide $5cm$ de ancho, es necesario estabilizar la posición dentro de un rango de $\pm 5cm$

$$\frac{5cm}{100cm} = 5\% \rightarrow t_s^{5\%} < 130ms$$

Se propone un controlador proporcional, según la siguiente estructura



Si determinamos el LGR para este problema, obtenemos la siguiente figura:



Si suponemos que el sistema tiene dos polos reales negativos suficientemente alejados, podemos considerar que el tiempo de respuesta del sistema estará determinado por la velocidad de respuesta del polo más lento.

$$H_{CL}(s) = \frac{G}{(s+\alpha)(s+\beta)}$$

La restricción del tiempo de respuesta queda dada por

$$(1 - e^{-\alpha t_{límite}}) > 0.95$$

Con $t_{límite} = 130ms$. Sustituyendo

$$\alpha > -\frac{\ln(0.05)}{130ms} = 23.04$$

Si determinamos la transferencia de lazo cerrado a partir del diagrama anterior

$$H_{CL}(s) = \frac{kH(s)}{1 + 10kH(s)} = \frac{15K}{s(150+s) + 150K} = \frac{15K}{s^2 + 150s + 150K}$$

$$s^2 + 150s + 150K = (s + 30.1)(s + \beta)$$

$$\begin{cases} 150 = 23.04 + \beta \rightarrow \beta = 126.96 \\ 150K = 30.1\beta \rightarrow K = 19.5 \end{cases}$$

Estudiando el diagrama de Root Locus

$$K > 19.5$$

Por otra parte, la limitante en las fuerzas a las que se somete el sistema impone que

$$\max(F_N) = m.\max(\ddot{x}(t)) < 2kN$$

$$m.\ddot{x}(t) = m.\mathcal{L}^{-1}[s^2 H_{CL}(s).V(s)]$$

La aceleración crítica se da cuando se impone un cambio de posición de un extremo al otro de la cinta, en el instante inicial. En base a la respuesta del bloque de realimentación, este cambio equivale a un escalón a la entrada de $10V$

Mediente TVI

$$\lim_{t\to 0} F_N = m.\lim_{t\to 0} \ddot{x}(t) = \lim_{s\to\infty} s\ddot{X}(s) = \lim_{s\to\infty} s.s^2 H_{CL}(s).\frac{10V}{s}$$

$$m.\lim_{t\to 0} \ddot{x}(t) = m.K.15\, m/Vs^2\, .10V < 2kN$$

$$k < 26{,}6$$

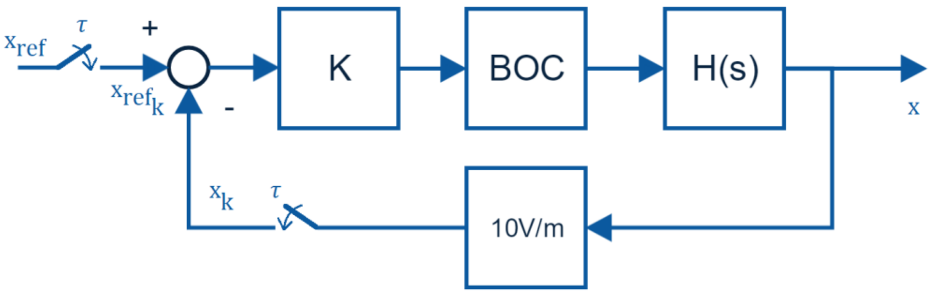
Por último, el voltaje máximo aplicado al motor se da en el mismo momento en el que se ejerce la fuerza máxima.

$$V_{in} = 10V.K < 250V$$

$$K < 25$$

Elijo K=20

3.



$$\frac{x(z)}{x_{ref}(z)} = \frac{K\overline{H(z)}}{1 + 10K\overline{H(z)}}$$

Con $\overline{H(z)} = \frac{z-1}{z}\mathbb{Z}\left\{\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{H(s)}{s}\right]\right\}$

Aplicando criterio de Jury se hallan las condiciones de estabilidad