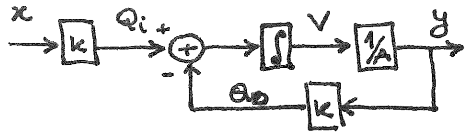
Problema 1

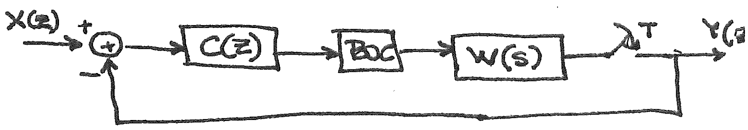
(1) $\dot{V} = A\dot{y} = Q_i - Q_o = k\cdot(x-y) \Rightarrow A\dot{y} + ky = kx \Rightarrow \boxed{\frac{Y}{X}(s) = \frac{k}{As+k}} = \frac{1}{s+1}$

$k/A = 1$



- La realimentación se produce en el mismo cilindro, ya que el caudal neto entrante es proporcional a la diferencia entre entrada (x) y salida (y).
- La transferencia en lazo abierto es $\frac{k}{A.s} \Rightarrow$ servomecanismo de TIPO 1

(2) Un diagrama equivalente sería:



donde $W(s) = \frac{k}{As} = \frac{1}{s}$

La transferencia en lazo abierto es $H^{OL}(z) = C(z).\bar{W}(z)$

donde $\bar{W}(z) = \mathcal{Z}\left\{\mathcal{L}^{-1}[1/s^2]\big|_{t=kT}\right\} . \frac{z-1}{z} = \frac{T}{z-1}$ × Tablas

$H^{OL}(z) = \frac{0{,}1}{z-1} . C(z)$

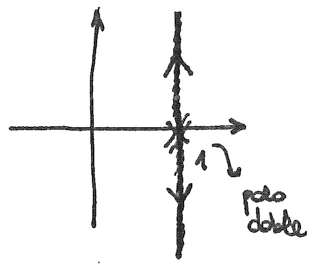
El error en régimen frente a entrada en rampa es:

$$\lim_{z\to 1} (z-1)\frac{1}{1+H^{OL}(z)} . \frac{R.z}{(z-1)^2} = \frac{R}{0{,}1.\lim_{z\to 1} C(z)}$$

Quiero error nulo $\Rightarrow \lim_{z\to 1} C(z) = \infty \Rightarrow C(z) = \frac{P(z)}{z-1}$ (solución de menor orden)

Si $P(z) = cte$, $H^{OL}(z) = \frac{0{,}1.P}{(z-1)^2}$

El lugar de las raíces según P será:

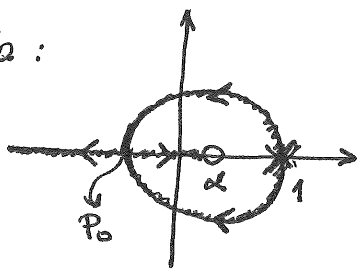


y el sistema resulta inestable $\forall P>0$

Agrego un cero : $C(z) = \frac{(z-\alpha).P}{z-1}$ Luego $H^{OL}(z) = \frac{0{,}1.P(z-\alpha)}{(z-1)^2}$

$H^{CL}(z) = \frac{0{,}1.P.(z-\alpha)}{(z-1)^2 + 0{,}1.P.(z-\alpha)}$

El nuevo lugar queda:



El punto de quiebre P_0 es el de la raíz real doble: $(z-1)^2 + 0{,}1.P.(z-\alpha) = 0$

con $\Delta = b^2 - 4ac = 0$: $(-2+0{,}1.P)^2 - 4.1.(1-0{,}1.P.\alpha) = 0$

sea $0{,}1.P = \beta$ $\Rightarrow$ $\beta^2 + 4\beta(\alpha-1) = 0$ $\xrightarrow{\beta\neq 0}$ $\beta = 4(1-\alpha)$

Para que la solución sea estable: $P_0 > -1$

$$P_0 = -\frac{2+\beta}{2} = -1 + 2(1-\alpha) > -1$$

Elijo $\boxed{\alpha = \frac{1}{2}}$ $(P_0 = 0)$

Los polos serán las raíces de: $z^2 + (\beta-2)z + 1 - \frac{\beta}{2}$

y quiero que tengan módulo $\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\Rightarrow$ $1-\frac{\beta}{2} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ $\beta = 1$ $\Rightarrow$ $\boxed{P = 10}$

El controlador queda: $\boxed{C(z) = 10.\frac{(z-1/2)}{(z-1)}}$

(Verifico que las raíces son complejas: $z^2 - z + \frac{1}{2} = 0$ $\Rightarrow$ $z = \frac{+1 \pm \sqrt{1-2}}{2} = \frac{1 \pm j}{2}$)

(3) $H^a(z) = \frac{z - 1/2}{z^2 - z + 1/2} = \frac{z}{z^2 - z + 1/2}.\left(1 - \frac{z^{-1}}{2}\right)$

Por tablas: $\frac{z}{z^2-z+1/2} = \frac{2.z.e^{-aT}.\operatorname{sen}(bT)}{z^2 - 2e^{-aT}\cos(bT).z + e^{-2aT}}$ si $\begin{cases} e^{-2aT} = \frac{1}{2} \Rightarrow e^{-aT} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 2e^{-aT}\cos bT = 1 \Rightarrow \cos bT = 1/\sqrt{2} \end{cases}$

Asumo $b > 0$, y como $T > 0$ $\Rightarrow$ $\operatorname{sen}(bT) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\Rightarrow$ $e^{-aT}\operatorname{sen}(bT) = \frac{1}{2}$

y la antitransformada es: $2.\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^k.\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{4}.k\right)$

Finalmente, la respuesta impulso queda: $\boxed{2.\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^k.\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{4}.k\right) - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{k-1}\operatorname{sen}\left[\frac{\pi}{4}(k-1)\right]}$