## Problema 2 (solución)

### 1. Modelado promediado

$$x = \begin{bmatrix} i_L & v_C \end{bmatrix}^T \qquad u = \begin{bmatrix} i_O & v_I \end{bmatrix}^T$$

$$\frac{dx}{dt} = F_{ON}(x,u) = \begin{bmatrix} \dfrac{-(R_L + R_C)i_L - v_C + R_C i_O + v_I}{L} \\ \dfrac{i_L - i_O}{C} \end{bmatrix}$$

$$\frac{dx}{dt} = F_{OFF}(x,u) = \begin{bmatrix} \dfrac{-(R_L + R_C)i_L - v_C + R_C i_O}{L} \\ \dfrac{i_L - i_O}{C} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = F_{PROM}(x,u) = \begin{bmatrix} \dfrac{-(R_L + R_C)i_L - v_C + R_C i_O + d v_I}{L} \\ \dfrac{i_L - i_O}{C} \end{bmatrix} \\ v_O = R_C i_L + v_C - R_C i_O \end{cases}$$

### 2. Punto de operación, modelo lineal en variables de estado y función de transferencia

Ciclo de trabajo correspondiente al punto de operación:

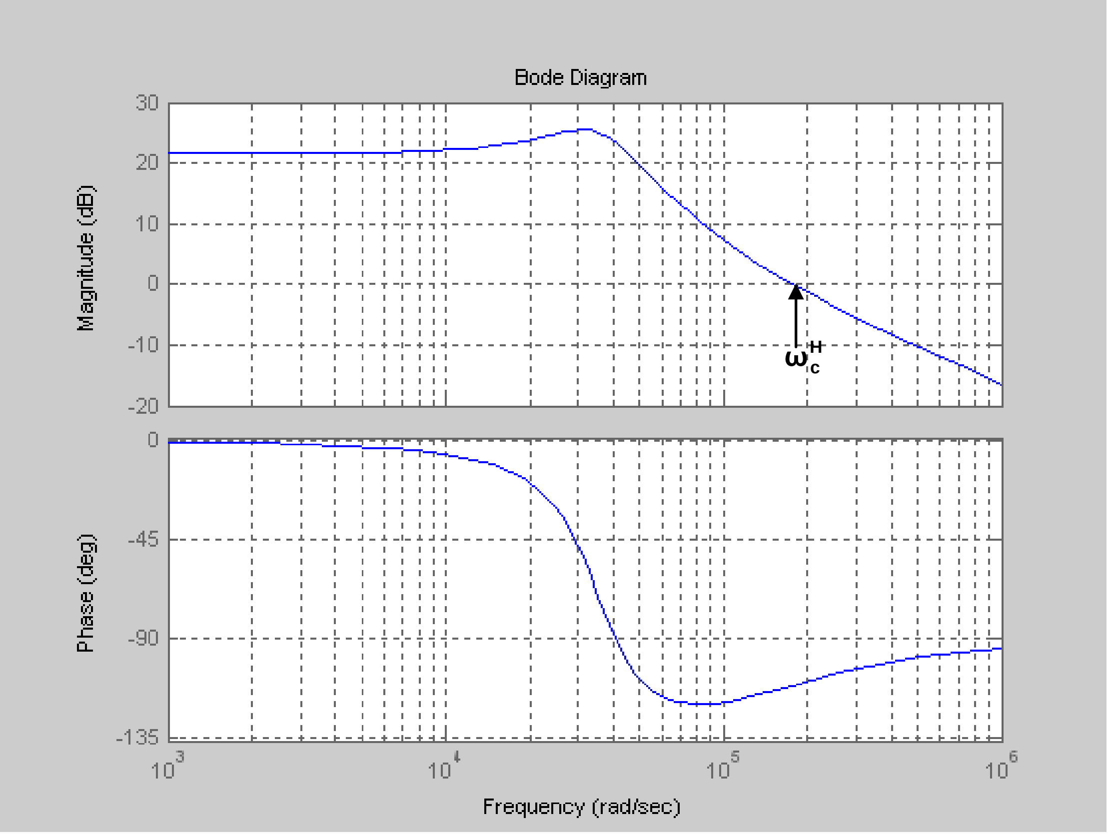
$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dfrac{-(R_L + R_C)i_L - v_C + R_C I_O + d V_I}{L} \\ \dfrac{i_L - i_O}{C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ V_O = R_C i_L + v_C - R_C I_O \end{cases} \quad \Rightarrow \quad d = D = \frac{R_L I_O + V_O}{V_I}$$

Representación lineal en variables de estado:

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}\begin{bmatrix} \tilde{i}_L \\ \tilde{v}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{-(R_L + R_C)}{L} & \dfrac{-1}{L} \\ \dfrac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_L \\ \tilde{v}_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dfrac{R_C}{L} & \dfrac{D}{L} & \dfrac{V_I}{L} \\ \dfrac{-1}{C} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_O \\ \tilde{v}_I \\ \tilde{d} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \tilde{v}_O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_C & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_L \\ \tilde{v}_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -R_C & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_O \\ \tilde{v}_I \\ \tilde{d} \end{bmatrix} \end{cases}$$

Función de transferencia: $H(s) = \dfrac{\tilde{v}}{\tilde{d}}(s) = \dfrac{\dfrac{R_C}{L} V_I \left( s + \dfrac{1}{R_C C} \right)}{s^2 + \dfrac{R_L + R_C}{L} s + \dfrac{1}{LC}}$ .

3. Diagrama de Bode de H(s) y frecuencia de cruce de ganancia




Frecuencia de cruce de ganancia de $\mathbf{H(s)}$: $\boldsymbol{\omega_c^H = 1{,}7742 \times 10^5}$ **rad/s**.

4. Sistema realimentado con un controlador proporcional

Para el caso $\mathbf{K_I = 0}$; $\mathbf{K_D = 0}$; el sistema realimentado es estable $\forall \mathbf{K > 0}$. Esto surge de aplicar el criterio de Nyquist.

5. Sintonización del PID

$$\mathbf{L(s) = C(s)H(s) = K\left(1 + \frac{K_I}{s}\right)(1 + K_D s)\frac{\frac{R_C}{L} V_I \left(s + \frac{1}{R_C C}\right)}{s^2 + \frac{R_L + R_C}{L} s + \frac{1}{LC}}}$$

Es necesario el integrador para cumplir con el requerimiento en régimen:

$$\mathbf{K_V = \lim_{s \to 0} sL(s) = KK_I V_I} \qquad \mathbf{e_{ss} = \frac{R}{K_V} = 0{,}1} \qquad \mathbf{KK_I = \frac{R}{e_{ss} V_I} \approx 4166{,}7}$$

Si es posible cumplir con los restantes requerimientos con un controlador PI, se tomará $\mathbf{K_D = 0}$ para que la pendiente de $\mathbf{|L(j\omega)|_{dB}}$ para $\boldsymbol{\omega \to +\infty}$ sea lo menor posible.

$K_I$ se debe elegir de forma tal que la frecuencia de cruce de ganancia $\omega_c^L$, de $L(s)$ sea lo mayor posible, pero menor o igual que $\omega_S/10$. Si se elige $\omega_c^L = \omega_S/10$, debe verificarse:

$$\left|\left(\frac{s}{K_I}+1\right)\frac{KK_I}{s}H(s)\right|_{s=j\frac{\omega_S}{10}} = 1$$

Sea: $m = \left|\frac{KK_I}{s}H(s)\right|_{s=j\frac{\omega_S}{10}}$ .

Entonces: $\left|\frac{s}{K_I}+1\right|_{s=j\frac{\omega_S}{10}} m = 1 \Rightarrow \quad K_I = \frac{\omega_S m}{10\sqrt{1-m^2}} \approx 2107{,}8 \quad \Rightarrow \quad K = \frac{KK_I}{K_I} \approx 1{,}9768$

Con esta sintonización el margen de fase resultante es: $76{,}57^{\circ}$.

6. Valor de régimen de voltaje de salida para un escalón en la corriente de carga

El valor de régimen de $v_O$ luego de un cambio súbito de de la corriente de carga es igual a $V_O = 1V$ ya que $L(s)$ tiene un polo en el origen.