| | | |
|---|---|---|
| **Carrera:** | **INGENIERÍA ELÉCTRICA** | |
| **Materia:** | **CONTROL** | |
| **Asignaturas:** | **SISTEMAS Y CONTROL** | |
| **Plan:** | **97** | |
| **Fecha:** | **09/02/2024** | |

***Instituto de Ingeniería Eléctrica***
***Departamento de Sistemas y Control***

**PERÍODO: FEBRERO 2024**

# Problema 1

El sistema representado en la figura 1 ilustra la planta del sistema control de crucero de un automóvil, incluyendo el motor, la transmisión y el movimiento del cuerpo del vehículo. Las principales variables son:

- $v$: velocidad del auto, $m/s$;
- $u \in [0, 1]$: posición del acelerador;
- $F$: fuerza motriz ejercida por el motor, $N$.
- $F_d$: fuerzas de oposición debidas a la fricción y pendiente del suelo, $N$
- $\alpha_n, n = 1.,5, \alpha_n > 0$ relación de transformación de la caja de cambios y transmisión;
- $p \in [0, 1]$ medida de la pendiente del suelo.

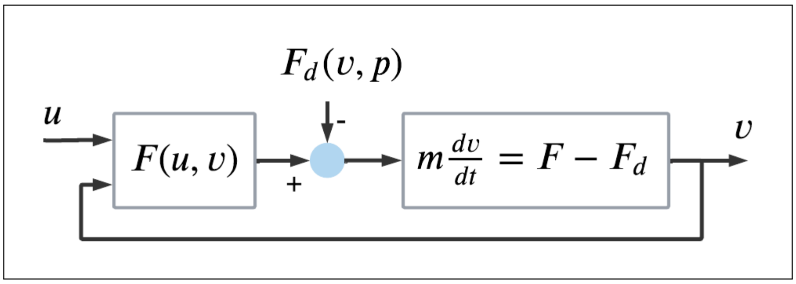


Figura 1: *Diagrama esquemático del sistema de control de crucero de un auto.*

El movimiento del cuerpo del vehículo está dado por la primera ley de Newton:

$$m\frac{dv}{dt} = F - F_d, \tag{1}$$

siendo $m$ la masa del vehículo en kg.

La fuerza $F_d$ tiene un término constante $F_c$, un término dependiente de la pendiente y uno que toma en cuenta la resistencia del aire:

$$F_d = F_c + mgp + \gamma v^2. \tag{2}$$

El factor $\gamma$ es un coeficiente de arrastre aerodinámico y tomaremos $g = 10m/s^2$.

La fuerza motriz del motor depende de $u$, de la relación de cambios $\alpha_n$ y de la velocidad del vehículo:

$$F = \alpha_n u T_m[1 - \beta(\frac{\alpha_n v}{\omega_m} - 1)^2], \tag{3}$$

siendo $\beta, \omega_m, T_m$ constantes positivas. La función $F > 0$ en el dominio de intrés y presenta un máximo para $v = \frac{\omega_m}{\alpha_n}$.

1. Asuma que el vehículo transita por una superficie plana ($p = p^* = cte.$) con una velocidad constante $v = v^*$. Obtenga el comando de acelerador correspondiente $u^*$.

2. Obtenga una representación lineal en Laplace del sistema para las pequeños apartamientos $\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{p}$ en torno de $u^*, v^*, p^*$, considerando $\tilde{u}, \tilde{p}$ como entradas y $\tilde{v}$ como salida.

3. Represente el modelo mediante un diagrama de bloques.

En lo que sigue, use los siguientes valores: $m = 1000kg; \gamma = 0{,}5; \beta = 0{,}4; \alpha_5 = 10m^{-1}; T_m = 190Nm; \omega_m = 420rad/s; F_c = 100N; v^* = 50m/s, p^* = 0$.

4. El sistema se controla con un controlador PI del tipo $u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\sigma)d\sigma$ con $e(t) = v_r(t) - v(t)$ siendo $v_r$ nuestra consigna de velocidad de referencia. Calcule las condiciones que deben satisfacer los parámetros $K_P, K_I$ para asegurar error en régimen nulo frente a una entrada $\tilde{v}_r$ escalón unitario. Represente la región de interés en un plano $K_P \times K_I$.

5. Calcule las condiciones que deben satisfacer $K_P, K_I$ para asegurar un margen de ganancia de 2 e indique la región en el plano $K_P \times K_I$.

6. Suponga que $K_P, K_I$ satisfacen las condiciones del punto 5. Estando el sistema en equilibrio a velocidad $v^*$, la pendiente de la superficie pasa en forma escalón a un valor $p = 0{,}1$. Calcule el valor en régimen de la velocidad.

7. Suponga que $K_P, K_I$ satisfacen las condiciones del punto 5. Suponga que se aplican simultáneamente un escalón en la referencia de magnitud $\tilde{v}_r^0$ y en la pendiente $\tilde{p}^0$. Calcule el valor de $\tilde{u}$ en régimen.

# Problema 2

Un lazo de enganche de fase, o PLL (Phase-Locked Loop), es un sistema de control que ante una entrada periódica es capaz de generar una señal periódica de fase y frecuencia similares a las de la señal de entrada. Consta de un detector de fase, un filtro y un oscilador controlado por voltaje o VCO (Voltage-controlled oscillator). El VCO genera una señal cuya fase, $\theta_o$, es comparada, en el detector de fase, con la fase de la señal de entrada, $\theta_r$. La frecuencia instantánea de la señal generada por el VCO se ajusta de manera de mantener la diferencia de fase $\theta_e \triangleq \theta_r - \theta_o$ próxima a cero.

El diagrama de bloques de la figura 1 representa un modelo simplificado de la dinámica de un PLL, donde $K_d > 0$ es la ganancia del detector de fase, $F(s)$ es la función de transferencia del filtro, $\omega_o > 0$ es la frecuencia de oscilación libre del VCO (constante conocida) y $K_o > 0$ su ganancia.

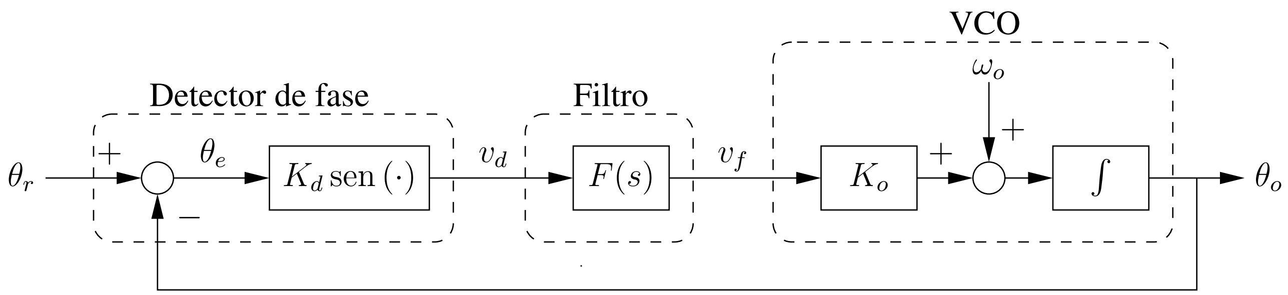


Figura 1

El filtro se implementa mediante el circuito de la figura 2, donde todos los amplificadores operacionales se asumen ideales.

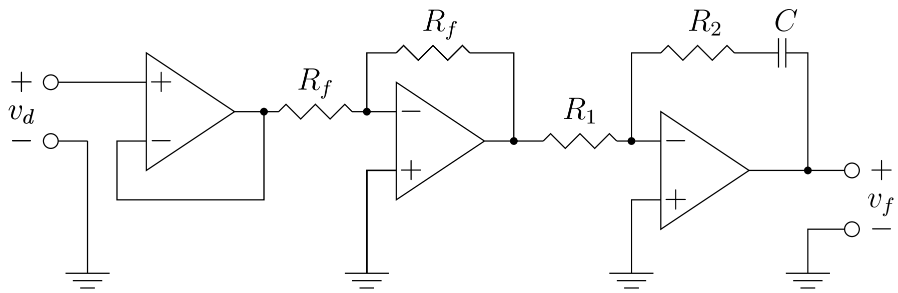


Figura 2

1. Halle la función de transferencia del filtro. Verifique que la misma queda determinada por las constantes de tiempo $\tau_1 \triangleq R_1 C$ y $\tau_2 \triangleq R_2 C$.

2. Halle una representación en variables de estado para el sistema de entrada $\theta_r$ y salida $\theta_o$.

3. Encuentre todos los puntos de equilibrio correspondientes a $\theta_r = \theta_r^0$ (constante dada).

4. Linealice el sistema en torno a cada uno de los puntos de equilibrio hallados en el punto anterior. Sean $\tilde{\theta}_r$ y $\tilde{\theta}_o$ la entrada y la salida, respectivamente, del modelo linealizado.

5. Verifique que el modelo linealizado del PLL puede representarse mediante el diagrama de bloques de la figura 3, donde $P(s)$ es una función de transferencia que depende del punto de equilibrio en torno al cual se linealiza.

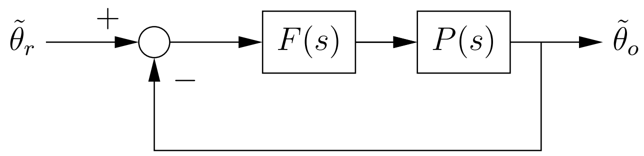


Figura 3

6. Elija un punto de equilibrio como punto de operación, de forma tal que el sistema de la figura 3 sea estable. Recuerde que $K_d, K_o, \tau_1, \tau_2 > 0$. Determine $P(s)$ para el punto de operación elegido.

Para las siguientes partes se trabajará exclusivamente con el modelo linealizado representado en la figura 3.

7. Halle las condiciones que deben verificar $K \triangleq K_d K_o$, $\tau_1$ y $\tau_2$ para que el sistema realimentado presente una frecuencia natural igual a $10^4\,\mathrm{rad/s}$ y una relación de amortiguamiento igual a $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

8. Para el diseño hallado en la parte anterior calcule:

   - El margen de fase y el margen de ganancia del sistema realimentado.
   - El error en régimen estacionario ante las siguientes entradas:

     *a*) $\tilde{\theta}_r(t) = A\mathbb{1}(t)$,
     *b*) $\tilde{\theta}_r(t) = At\mathbb{1}(t)$,
     *c*) $\tilde{\theta}_r(t) = A\frac{t^2}{2}\mathbb{1}(t)$,

     donde $A$ es una constante y $\mathbb{1}(t)$ es el escalón de Heaviside.

9. Con el propósito de aumentar la atenuación de armónicos de alta frecuencia originados en el detector de fase, se modifica el filtro, agregando un capacitor de capacidad $C_f$, como se representa en la figura 4.

   Aplicando el criterio de estabilidad de Nyquist, discuta la estabilidad del sistema realimentado en función de $\tau_f \triangleq R_f C_f$.

   ¿Cómo elegiría $\tau_f$ de forma tal de afectar lo menos posible el margen de fase calculado en la parte anterior? ¿Qué efecto tiene la modificación del filtro sobre el margen de ganancia calculado en la parte anterior?

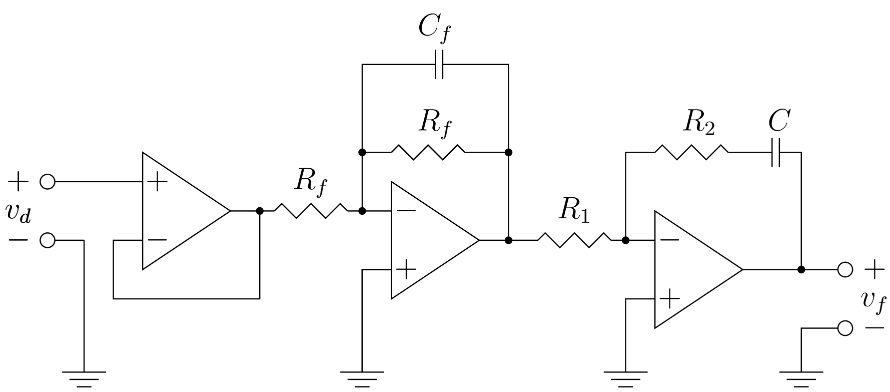


Figura 4