SyC - Hoja 9 - Ej. 1

1) Se considera un sistema con realimentación unitaria y ganancia de lazo abierto:

$$G_{ol}(s) = \frac{1 + aTs}{1 + Ts}\,\frac{400}{s(s+8)}$$

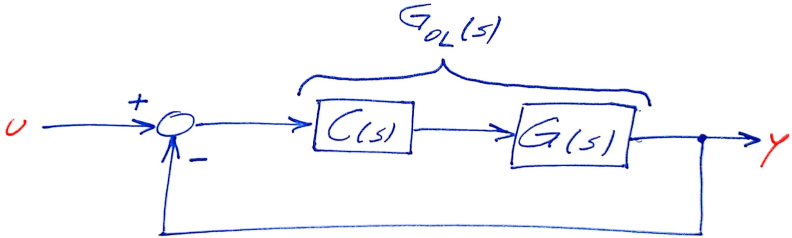
Determinar **a > 1** y **T** de modo que el sistema tenga un margen de fase **Φ = 50° ± 1°**.

Sean:

$$C(s) := \frac{1 + aTs}{1 + Ts}, \quad \text{donde} \quad T > 0, \quad a > 1,$$

$$G(s) := \frac{400}{s\,(s+8)},$$

$$G_{OL}(s) := C(s)G(s).$$



Objetivo

La función de transferencia de lazo abierto es

$$G_{OL}(s) = C(s)G(s) = \frac{1 + aTs}{1 + Ts} \frac{400}{s\,(s + 8)}$$

donde $C(s)$ es la función de transferencia del compensador serie a sintonizar y $G(s)$ es la función de transferencia del sistema a compensar.

Se requiere:

- Margen de fase $\Phi = 50^{\circ} \pm 1^{\circ}$:

Se sintonizarán a y T, de manera tal de cumplir con este requerimiento.

Margen de fase original (realim. sin compensador)

Buscamos ω_c tal que $|G(\jmath\omega_c)| = 1$. Encontramos que para

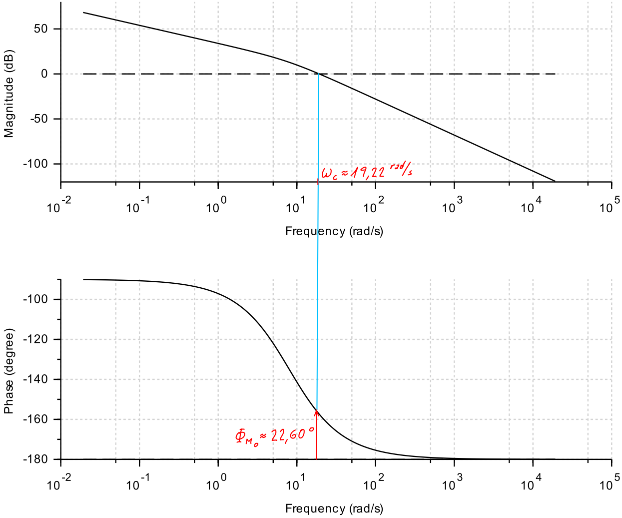
$$\omega_c \approx 19{,}22\,\mathrm{rad/s},$$

se tiene $|G(\jmath\omega_c)| \approx 1$.

El margen de fase original es:

$$\Phi_{M_o} = \underline{/G(\jmath\omega_c)} - (-\pi) = \pi + \underline{/G(\jmath\omega_c)} \approx 22{,}6^\circ$$

Margen de fase original



Compensación por adelanto de fase

El compensador

$$C(s) = \frac{1 + aTs}{1 + Ts}, \qquad \text{donde} \qquad T > 0, \quad a > 1,$$

es un compensador de *adelanto* de fase, ya que el cero (en $-\frac{1}{aT}$) está más cerca del origen que el polo (en $-\frac{1}{T}$). *¡Atención!:* en el teórico el compensador de adelanto se parametrizó de otra manera. A continuación utilizaremos expresiones que difieren de las vistas en téorico, adaptadas a esta otra forma del compensador de adelanto.

1. Estimamos la caída de fase: $\Delta\Phi \approx 5^\circ$.
2. A partir de ${\Phi_M}^* = \Phi_{M_o} + \Phi_{\max} - \Delta\Phi$ calculamos: $\Phi_{\max} = {\Phi_M}^* - \Phi_{M_o} + \Delta\Phi = 50^\circ - 22{,}6^\circ + 5^\circ = 32{,}4^\circ$.
3. A partir de $\sin\Phi_{\max} = \frac{a-1}{a+1}$, calculamos: $a = \frac{1+\sin\Phi_{\max}}{1-\sin\Phi_{\max}} \approx 3{,}309$.
4. Buscamos ω_c' tal que $|G(\jmath\omega_c')| = \frac{1}{\sqrt{a}} \approx 0{,}5497 \approx -5{,}197\,\text{dB}$. Encontramos: $\omega_c' \approx 26{,}4\,\text{rad/s}$.
5. Imponemos que $\omega_c' = \frac{1}{\sqrt{a}T}$ eligiendo: $T = \frac{1}{\sqrt{a}\omega_c'} \approx 0{,}0208\,\text{s}$

Compensación de adelanto