ELECTROMAGNETISMO
PRÁCTICO 8
INDUCCIÓN

Problema Nº 1

a) Exprese el flujo magnético a través de una superficie S limitada por una curva cerrada C en función del potencial vectorial magnético $\vec{A}$.

b) Utilice la ley de Faraday para relacionar el campo eléctrico inducido con un potencial vector variable en el tiempo.

c) Muestre que la relación anterior implica la existencia de un potencial escalar electromagnético $\phi(r,t)$. Observe que en electrostática este potencial coincide con el potencial electrostático usual.

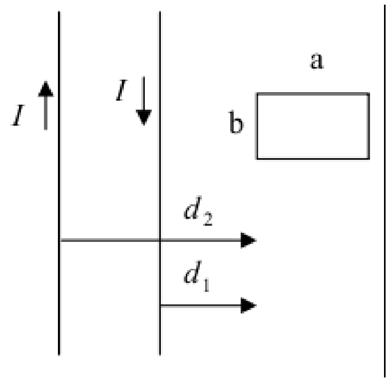
Problema Nº 2

Considere los dos alambres infinitos de la figura en la vecindad de una espira rectangular de lados a y b. Los alambres llevan una corriente $I(t)$ en sentidos opuestos como se indica. Suponga que $I(t)$ cambia con: $dI/dt > 0$.

a) Determine la *fem* inducida en la espira calculando la variación de flujo magnético a través de la misma.

b) Halle el potencial vector de un alambre con corriente y utilice este resultado para calcular la *fem* de una manera alternativa.

c) Calcule las inductancias mutuas M_1 y M_2 de cada conductor rectilíneo con la espira.



Problema Nº 3

a) Una espira plana de área S se encuentra en rotación uniforme con velocidad angular $\vec{\omega} = \omega\hat{k}$ ($\hat{k}$ en el plano de la misma), con $\hat{n}(t=0) \equiv \hat{j}$, en una región donde hay campo magnético que varía armónicamente en el tiempo con la misma frecuencia: $\vec{B}(t) = B_0 \sin(\omega t)\,\hat{j}$.

i. Determine la fem inducida en la espira.

ii. Si la espira tiene una resistencia R, determine la potencia mecánica que se le debe suministrar para mantenerla en rotación uniforme.

b) Un disco fino de ancho δ, radio R y conductividad g esta en reposo en un campo magnético sinusoidal de frecuencia ω y perpendicular a la superficie.

i. Determine la densidad de corriente inducida en el disco.

ii. Halle la potencia disipada por efecto Joule en el disco.

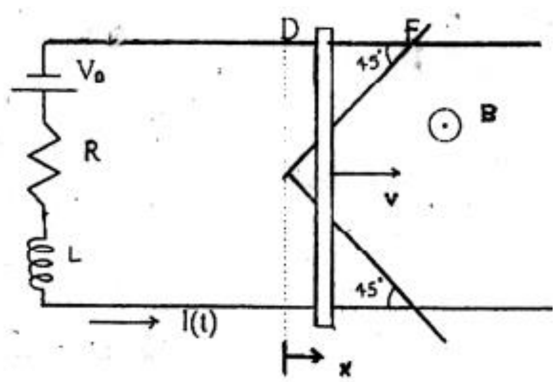
Problema Nº 4

Una barra metálica se desliza con velocidad $\vec{v}$ constante sobre los rieles de la figura. Los rieles están conectados a una fuente de tensión V_0, a una resistencia R y a una bobina de inductancia L. La barra atraviesa una región triangular como se muestra en la figura y donde se ha establecido un campo magnético $\vec{B}$ uniforme y constante. Mientras la barra se mueve entre los puntos D y F:

a) Halle la intensidad $I(t)$ que circula por el circuito suponiendo $I(t=0)=V_0/R$.

b) Calcule la fuerza externa necesaria para que la barra se mueva a velocidad constante.

c) Halle la potencia entregada por la fuerza externa, la potencia entregada por la fuente V_0 y la potencia disipada por el circuito.



Problema Nº 5

Los circuitos magnéticos de las figuras 1 y 2 están conformados por un núcleo de material lineal de permeabilidad μ, sección transversal uniforme S, y las ramas lateral izquierda, central y lateral derecho tiene largos medios $3l, l$ y $3l$ respectivamente.

a) Para el circuito de la figura 1 halle las autoinductancias L_1 y L_2, y la inductancia mutua de los enrollados.

b) Para el circuito de la figura 2 halle las autoinductancias L_C, L_1 y L_2, y la inductancia mutua de los enrollados.

c) En el circuito anterior se invierte el sentido del enrollado de la bobina de la rama derecha, manteniendo el resto de las condiciones del circuito de la parte b). Halle nuevamente las autoinductancias L_C, L_1 y L_2 y las inductancias mutuas.

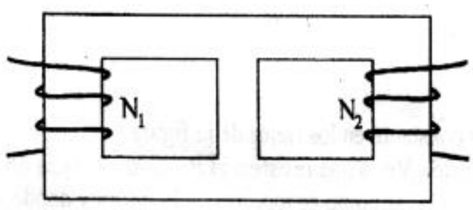


Figura 1 (parte *a*)

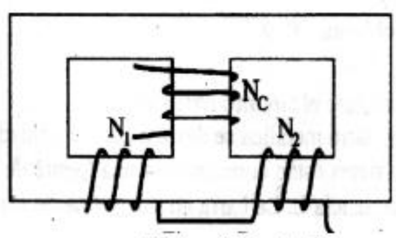


Figura 2 (parte *b*)

Nota: Considere que la corriente ingresa siempre por el lado del cable que está por debajo del núcleo.

Problema Nº 6

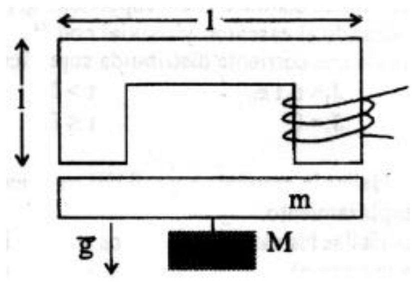
Considere el circuito magnético de la figura, donde el núcleo es de un material lineal de permeabilidad $\mu \gg \mu_0$ y sección transversal uniforme S. El entrehierro tiene un ancho z, muy pequeño en comparación con las demás dimensiones del objeto.

a) Determine la intensidad magnética $\vec{H}$ en el núcleo y en el entrehierro.

b) Calcule la energía magnética $U(z)$ del sistema.

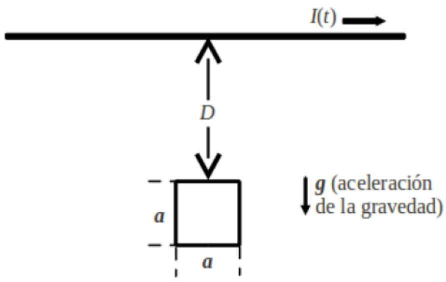
c) Deduzca la fuerza magnética sobre la barra (aproximando al menor orden en z).

d) Suponiendo que la barra tienen masa m, ¿cuál es el máximo peso que se puede suspender de ella sin que se desprenda?.



Problema Nº 7 – Problema 2 – Examen Julio de 2010.

A través de un alamabre conductor horizontal (largo) circula una corriente variable. Una espira conductora cuadrada de lado a, masa m y resistencia R, se encuentra en un plano vertical a una distancia D por debajo del alambre, como se muestra en al figura. En el tiempo $t = 0$ la espira se libera a partir del reposo. Si se desprecia la autoinductancia de la espira, ¿Cuál deberia ser la corriente por el alambre como función del tiempo para que la espira se mantenga en reposo luego de ser liberada?. Realice un diagrama indicando sentido de las corrientes, campo magnetico y fuerzas involucradas.

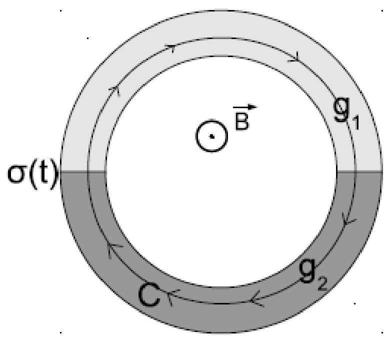


Problema Nº 8 – Problema 3 – Examen Febrero de 2012.

Considere dos cilindros concéntricos de radios R y $R + dR$, y altura infinita, con el espacio entre los cilindros relleno de dos materiales conductores distintos, tal como se muestra en la figura. Dichos materiales tienen conductividades g_1 y g_2 respectivamente. En el espacio dentro del cilindro interno existe un campo magnético uniforme de dirección coincidente con el eje de los cilindros, $\vec{B} = B(t)\hat{k}$. Dicho campo magnético varía en el tiempo según $B(t) = \alpha t$, donde α es una constante conocida.

a) Hallar la densidad de carga $\sigma(t)$ en la interfaz entre los dos medios en función del tiempo. Suponer que dR es lo suficientemente chico como para considerar que el campo entre los cilindros es tangencial y de igual módulo en cada punto dentro de cada medio.

b) Hallar la energía por unidad de longitud del cilindro disipada en el medio 1 luego de transcurrido un tiempo $t = t_0$.



RESULTADOS

P2) $a)\ \varepsilon = \frac{\mu_0 b}{2\pi} log\left[\frac{d_1(d_2+a)}{d_2(d_1+a)}\right]\frac{dI}{dt},\ \ b)\ \vec{A}(r) = -\frac{\mu_0 I}{2\pi} log(r)\hat{k}, con\ \hat{k} \parallel a\ I,$

$c)\ M_1 = -\frac{\mu_0 b}{2\pi} log\left[\frac{d_1+a}{d_1}\right], M_2 = \frac{\mu_0 b}{2\pi} log\left[\frac{d_2+a}{d_2}\right]$, el flujo positivo es definido por $\hat{e}_\varphi$

P3) $a)\ \varepsilon = \omega B_0 S\ cos(2\omega t)$; la normal es tal que $\hat{n}(t=0) \equiv \hat{\jmath}$

$$b)\ J = gE = -g\frac{\omega B_0}{2} r\ cos(\omega t)\hat{e}_\varphi, \qquad P_{disp} = \frac{\pi g R^4 B_0^2 \omega^2 \delta}{8}\cos^2(\omega t)$$

P4) $a)\ I(t) = \frac{2Bv^2L}{R^2}\left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}} - \frac{R}{L}t\right) + \frac{V_0}{R},\ \ b)\ F^{EXT} = -IlB = -2I(t)Bvt$

$c)\ P^{EXT} = \vec{F}^{EXt}\cdot\vec{v} = -2I(t)Bv^2t,\ \ P_{V_0} = V_0 I(t), P_R = RI^2(t).$

P5) $a)\ L_1 = \frac{4}{15}\frac{\mu S N_1^2}{l}, L_2 = \frac{4}{15}\frac{\mu S N_2^2}{l},\ \ M_{12} = \frac{1}{15}\frac{\mu S N_1 N_2}{l} = M_{21},$

$$b)\ L_1 = \frac{4}{15}\frac{\mu S N_1^2}{l}, L_2 = \frac{4}{15}\frac{\mu S N_2^2}{l}, L_C = \frac{2}{5}\frac{\mu S N_C^2}{l}, M_{1C} = -\frac{1}{5}\frac{\mu S N_1 N_c}{l}, M_{2C} = \frac{1}{5}\frac{\mu S N_2 N_c}{l}, M_{12} = \frac{1}{15}\frac{\mu S N_1 N_2}{l}$$

$$c)\ M_{1C} = -\frac{1}{5}\frac{\mu S N_1 N_c}{l}, M_{2C} = -\frac{1}{5}\frac{\mu S N_2 N_c}{l}, M_{12} = -\frac{1}{15}\frac{\mu S N_1 N_2}{l}$$

P6) $a)\ H_m = NI\frac{\mu_0}{4\mu_0 l + 2\mu z},\ H_e = NI\frac{\mu}{4\mu_0 l + 2\mu z} \quad b)\ U(z) = N^2 I^2 \frac{\mu\mu_0 S}{2(4\mu_0 l + 2\mu z)},$

$$c)\ F_M(z) = \frac{dU(z)}{dz}\left(\frac{\vec{g}}{g}\right) = -N^2 I^2 \frac{\mu^2 \mu_0 S}{(4\mu_0 l + 2\mu z)^2}\left(\frac{\vec{g}}{g}\right), \qquad d)\ Mg = \frac{N^2 I^2 \mu^2 S}{16\mu_0 l^2} - mg$$

P7) a) $I(t) = \sqrt{I_0^2 - 2Ct},\ con\ C = \frac{4\pi^2 R}{\mu_0^2\, a^3}\ \frac{mg\ D(D+a)}{log(1+a/D)}$

Para que la I_{ind} tenga el sentido correcto, el flujo debe estar disminuyendo. Esto es posible sólo si la corriente $I(t)$ es decreciente con el tiempo. Por otra parte, el equilibrio podrá mantenerse sólo desde $t = 0$ hasta $t^* = I_0^2/2C$.