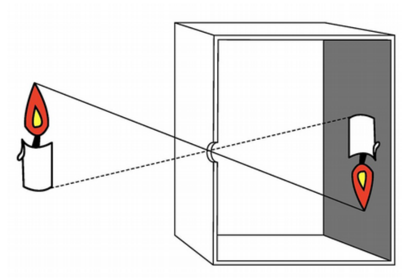
Imaginería Óptica Computacional
Entregable 1



Problema 1. Cámara Pinhole Considere una cámara pinhole de largo L y un objeto que se coloca a distancia D por delante de la apertura de la misma.

a) Suponiendo una apertura infinitesimal, sin que se manifiesten los efectos difractivos, determine la magnificación de la imagen (en foco) que se observa sobre la cara posterior de la cámara.

b) Si ahora consideramos una apertura finita, circular de radio R, observe que para cada punto luminoso del objeto, el haz de rayos emitidos cae sobre un círculo en la cara posterior de la cámara (en lugar de sólo un punto como en el caso de una apertura infinitesimal). Pruebe que el radio r_B de este círculo es:

$$r_B = \frac{L+D}{D} R$$

c) Sea $f(x, y)$ la imagen que se observaría bajo una apertura infinitesimal (figura *candle.bmp*), con (x, y) coordenadas sobre la cara posterior de la cámara pinhole. Asumiendo que la imagen (desenfocada) que se obtiene con una apertura finita puede escribirse de la siguiente forma:

$$i(x, y) = f(x, y) * \frac{1}{\pi r_B^2} circ\left(\frac{r}{r_B}\right),$$

donde:

$$circ\left(\frac{r}{r_B}\right) = \begin{cases} 1, & r \leq r_B \\ 0, & r > r_B \end{cases}$$

siendo:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

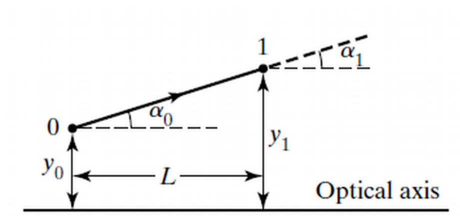
Determine la nueva imagen (desenfocada) si i) $r_B = 5$px, ii) $r_B = 10$px y iii) $r_B = 20$px.

d) Si sobre la cara posterior de la cámara se coloca un sensor con píxeles de lado p, determine la mínima distancia D_{min} que asegura que no se pueda distinguir la imagen desenfocada de la imagen tomada con apertura infinitesimal.

Problema 2. Representación matricial de la Óptica Gaussiana. Para sistemas ópticos formados por muchos elementos, como es el caso de una lente fotográfica, el análisis de los mismos se puede facilitar y sistematizar -dentro de la *aproximación paraxial*- a partir de la representación matricial de cada elemento que lo forma y de la propagación de los rayos entre esos elementos.

a) Caracterizamos el estado de un rayo (meridional) a partir de sus coordenadas de posición y ángulo:

$$\begin{pmatrix} y \\ \alpha \end{pmatrix}.$$



Muestre, vinculando las coordenadas de entrada y salida en la aproximación paraxial, que se verifica:

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} y_0 \\ \alpha_0 \end{pmatrix},$$

siendo M la *matriz de transferencia de rayos* que representa la propagación sobre una distancia axial L en un medio homogéneo:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Considerando que para una lente delgada de distancia focal f, la matriz que vincula el estado de un rayo inmediatamente a la entrada e inmediatamente a la salida de la misma es:

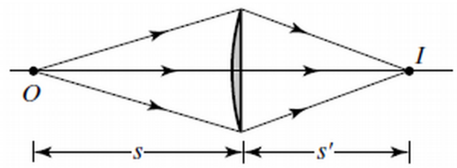
$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix},$$

y concatenando adecuadamente con matrices de propagación, halle la matriz que representa la relación entre el estado de un rayo en z_0 y z_1.

c) Como generalización del caso anterior, la combinación de matrices individuales apropiadas y en el orden adecuado nos permite expresar cualquier elemento compuesto a través de una matriz 2×2 de transferencia de rayos o matriz de sistema:

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}.$$

Observe que para $B = 0$, todos los rayos que parten de un punto a una cierta posición inicial alcanzan la misma posición final independientemente del ángulo de partida, por lo que decimos que el punto inicial y final están conjugados (son objeto e imagen respectivamente).



Muestre que la condición de conjugación: $B = 0$ es equivalente en este sistema a la ecuación Gaussiana de formación de imágenes:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

Bajo la condición de conjugación, ¿qué representa el elemento A de la matriz?

d) Considere ahora dos lentes delgadas, de distancias focales f_A y f_B separadas una distancia L entre sí. Halle la matriz que representa al sistema conjunto y determine en particular el elemento C que se corresponde con el inverso de la distancia focal equivalente del sistema. ¿Cuánto vale la distancia focal equivalente para lentes delgadas pegadas entre sí?

Problema 3. Filtrado en el dominio de frecuencias Una de las razones para el uso de la Transformada de Fourier en el procesamiento de imágenes se debe al teorema de convolución: una convolución espacial se puede realizar multiplicando elemento a elemento la transformada de Fourier por una matriz de filtro.

Filtrado pasa bajo y pasa alto

Supongamos que tenemos una matriz transformada de Fourier, corrida de tal manera que el coeficiente DC está en el centro. Como las componentes de baja frecuencia están hacia el centro, podemos realizar un filtrado pasa bajo multiplicando la transformada por una matriz de modo que las frecuencias centrales se mantengan y las frecuencias alejadas del centro sean removidas o minimizadas. Una forma de hacer esto es multiplicar por un filtro pasa bajo ideal, que es una matriz binaria m definida por:

$$m(x,y) = \begin{cases} 1, & \text{si (x,y) está a una distancia del centro menor que un cierto valor D.} \\ 0, & \text{si (x,y) está a una distancia del centro mayor que cierto valor D.} \end{cases}$$

a) Considere la imagen *cameraman.tif* y obtenga su DFT.

b) Luego, realice un filtrado pasa bajo, multiplicando la transformada de la imagen por la matriz círculo para D=5px,15px y 30px (recuerde que la sintáxis es ".*"si usa Matlab). Halle la transformada inversa y muestre el resultado. ¿A qué se debe el *ringing* que se observa?¿Existe alguna forma de evitarlo?

c) Repita lo anterior pero ahora para un filtro pasa alto para D=5px,15px y 30px.