

Nº de prueba	Cédula	Apellido y nombre	Salón

**Respuestas**

Ej. 1	Ej. 2	Ej. 3	Ej. 4
<b>E</b>	<b>B</b>	<b>A</b>	<b>D</b>
Ej. 5	Ej. 6	Ej. 7	Ej. 8
<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>A</b>

**Importante**

- El examen dura 3 horas.
- Es sobre 100 puntos en total. Cada ejercicio vale 12.5 puntos, respuesta incorrecta: -3.125 puntos, sin respuesta: 0 punto.
- **Solo serán válidas las respuestas indicadas en el cuadro de respuestas.**
- En cada ejercicio hay una sola opción correcta.
- El examen se aprueba con 55 puntos o más.

**Tabla de  $\Phi(z)$  (normal estándar)**

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7703	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990

**Múltiple Opción****Ejercicio 1**

En un canal de transmisión binario (solo se envían y reciben **1**'s y **0**'s), el **1** se envía el 80% de las veces. La probabilidad de recibir correctamente el **1** (es decir que se reciba un **1** dado que se envió un **1**) es 0.95 y la probabilidad de recibir correctamente el **0** es 0.99. Si se recibe un **1**, hallar la probabilidad de que el resultado obtenido sea el correcto.

- (A) 0.590      (B) 0.760      (C) 0.782      (D) 0.950      (E) 0.997
- 

**Ejercicio 2**

Sean  $A$  y  $B$  variables aleatorias independientes con distribución Bernoulli con  $p = 0.9$ .

Sea  $M$  la matriz  $M = \begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix}$ . La probabilidad de que  $M$  sea una matriz invertible es:

- (A) 0.01      (B) 0.18      (C) 0.53      (D) 0.82      (E) 0.99
- 

**Ejercicio 3**

Considere un círculo de radio  $R$ , donde  $R$  es una variable aleatoria exponencial de parámetro  $\lambda = 5$ . Sea  $A$  el área (aleatoria) de dicho círculo. Indicar el valor esperado de  $A$ :

- (A) 0.25      (B) 0.70      (C) 1.57      (D) 2.51      (E) 2.79
- 

**Ejercicio 4**

Un programa de televisión sortea al final de cada programa un auto entre los miembros del público. El sorteo se realiza de la siguiente manera: hay una caja que contiene una cantidad  $L$  (desconocida) de llaves y solo una de ellas es la llave que abre el auto; cada miembro del público va pasando, elige una llave y la prueba; si abre al auto es el ganador y se lo lleva, sino pasa otro miembro del público, elige otra llave (las llaves incorrectas no se reponen) y la prueba. Así sucesivamente hasta que haya un feliz ganador. En cada programa la caja contiene la misma cantidad  $L$  de llaves.

Sabiendo que luego de 400 programas el número promedio de participantes que tuvieron que pasar hasta obtener la llave ganadora fue de 32 participantes, elija la estimación de  $L$  por el método de los momentos. *Sugerencia:* recordar que  $\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$ .

- (A) 17      (B) 49      (C) 53      (D) 63      (E) 218
-

**Ejercicio 5**

Una variable aleatoria  $X$  tiene distribución de Pareto de parámetros  $(2, \theta)$  con  $\theta > 0$  si su densidad es la función:

$$f_{\theta}(x) = \begin{cases} 2\theta^2 x^{-3}, & \text{si } x \geq \theta, \\ 0, & \text{si no.} \end{cases}$$

Sea  $x_1, \dots, x_n$  una muestra aleatoria proveniente de una v.a.  $X$  con distribución de Pareto de parámetros  $(2, \theta)$  con  $\theta$  desconocido. Sea  $\hat{\theta}_V$  el estimador de máxima verosimilitud de  $\theta$ . Indicar el valor de  $\hat{\theta}_V$ .

- (A)  $\min\{x_1, \dots, x_n\}$                       (C)  $\bar{x}_n$                                       (E)  $3\bar{x}_n$   
 (B)  $\max\{x_1, \dots, x_n\}$                       (D)  $\frac{1}{\bar{x}_n}$
- 

**Ejercicio 6**

Una prueba de Múltiple Opción contiene 100 preguntas y cada una de estas tiene 5 opciones (solo una es correcta). Un estudiante contesta las 100 preguntas al azar (contesta todas las preguntas). Si contestó al menos 15 preguntas correctamente, calcular (aproximadamente) la probabilidad de que conteste correctamente al menos 25 preguntas.

- (A) 0.106                      (B) 0.118                      (C) 0.819                      (D) 0.882                      (E) 0.894
- 

**Ejercicio 7**

Se quiere estimar la proporción  $p$  de personas que van al cine al menos una vez al mes. Se toma una muestra de  $n = 100$  personas y se observa que 10 de ellas van al cine al menos una vez al mes. Indique un intervalo de confianza aproximado para  $p$  al nivel  $1 - \alpha = 0.95$ .

- (A) [0.051, 0.149]                      (C) [0.041, 0.159]                      (E) [0.070, 0.130]  
 (B) [0.094, 0.106]                      (D) [0.082, 0.118]
- 

**Ejercicio 8**

Se dispone de  $n$  mediciones independientes de unas resistencias que deberían ser 11300 ohms pero de las que se sospecha que podrán llegar a tomar el valor 11400 ohms, se plantea para tal fin  $H_0 : \mu = 11300$  versus  $H_1 : \mu = 11400$ . Se sabe que las resistencias están normalmente distribuidas con varianza  $150^2$ . Se adopta como región crítica al conjunto  $\{(X_1, \dots, X_n) : \bar{X}_n > K\}$ . Si se sabe que la probabilidad de error tipo I es igual a 0.05 mientras que la probabilidad de error tipo II es igual a 0.1. ¿Cuántas resistencias se observaron?

- (A) 19                      (B) 25                      (C) 32                      (D) 150                      (E) 2500
-