N^o de parcial	Cédula	Apellido y nombre	Salón	70 pts	100 pts

Respuestas

Ej. 1	Ej. 2.1	Ej. 2.2	Ej. 3	Ej. 4	Ej. 5.1
Ej. 5.2	Ej. 6.1	Ej. 6.2	Ej. 7.1	Ej. 7.2	Ej. 8

Importante

- El parcial dura 3h horas.
- Se debe indicar con una cruz en los casilleros de arriba a la derecha si hacen el parcial por 70 o por 100 puntos. En caso de no indciar nada, se contará sobre 70 puntos.
- En cada ejercicio se indica la cantidad de puntos que le corresponden sobre 100. Aquellos que elijan hacer el parcial por 70 puntos, deben pensar los puntos como porcentaje de la nota. Por ejemplo, un ejercicio que vale 9 puntos, puntuará como 6.3.
- Solo serán válidas las respuestas indicadas en el cuadro de respuestas. La tabla del ejercicio 7.2 deberá llenarse, ya que se tomará en cuenta para el puntaje de esa parte.
- En cada ejercicio hay una sola opción correcta.
- No se restan puntos por respuesta incorrecta.

Serie Geométrica

$$\sum_{i=0}^{\infty} r^i = \frac{1}{1-r} \text{ si } r < 1$$

Tabla de t Student

Probabilidad de cola derecha $P(t \geq c)$

GdL	**.25**	**.20**	**.15**	**.10**	**.05**	**.025**	**.02**	**.01**	**.005**	**.0025**	**.001**
1	1.00	1.38	1.96	3.08	6.31	12.71	15.89	31.82	63.66	127.32	318.31
2	0.82	1.06	1.39	1.89	2.92	4.30	4.85	6.96	9.92	14.09	22.33
3	0.76	0.98	1.25	1.64	2.35	3.18	3.48	4.54	5.84	7.45	10.21
4	0.74	0.94	1.19	1.53	2.13	2.78	3.00	3.75	4.60	5.60	7.17
5	0.73	0.92	1.16	1.48	2.02	2.57	2.76	3.36	4.03	4.77	5.89
6	0.72	0.91	1.13	1.44	1.94	2.45	2.61	3.14	3.71	4.32	5.21
7	0.71	0.90	1.12	1.41	1.89	2.36	2.52	3.00	3.50	4.03	4.79
8	0.71	0.89	1.11	1.40	1.86	2.31	2.45	2.90	3.36	3.83	4.50
9	0.70	0.88	1.10	1.38	1.83	2.26	2.40	2.82	3.25	3.69	4.30
10	0.70	0.88	1.09	1.37	1.81	2.23	2.36	2.76	3.17	3.58	4.14

Tabla de χ^2

Probabilidad de cola derecha $P(\chi^2 \geq c)$

GdL	**.25**	**.20**	**.15**	**.10**	**.05**	**.025**	**.02**	**.01**	**.005**	**.0025**	**.001**
1	1.32	1.64	2.07	2.71	3.84	5.02	5.41	6.63	7.88	9.14	10.83
2	2.77	3.22	3.79	4.61	5.99	7.38	7.82	9.21	10.60	11.98	13.82
3	4.11	4.64	5.32	6.25	7.81	9.35	9.84	11.34	12.84	14.32	16.27
4	5.39	5.99	6.74	7.78	9.49	11.14	11.67	13.28	14.86	16.42	18.47
5	6.63	7.29	8.12	9.24	11.07	12.83	13.39	15.09	16.75	18.39	20.52
6	7.84	8.56	9.45	10.64	12.59	14.45	15.03	16.81	18.55	20.25	22.46
7	9.04	9.80	10.75	12.02	14.07	16.01	16.62	18.48	20.28	22.04	24.32
8	10.22	11.03	12.03	13.36	15.51	17.53	18.17	20.09	21.95	23.77	26.12
9	11.39	12.24	13.29	14.68	16.92	19.02	19.68	21.67	23.59	25.46	27.88
10	12.55	13.44	14.53	15.99	18.31	20.48	21.16	23.21	25.19	27.11	29.59

Tabla de $\Phi(z)$ (normal estándar)

Z	**0.00**	**0.01**	**0.02**	**0.03**	**0.04**	**0.05**	**0.06**	**0.07**	**0.08**	**0.09**
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9924	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9958	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986

Ejercicio 1 (10 puntos)

Ana y Beto juegan al siguiente juego:

Los jugadores tiran una moneda balanceada; gana el jugador que repita el resultado del turno previo.

Por ejemplo si comienza tirando Ana y obtiene una cara, si Beto al lanzar, obtiene también una cara, gana Beto. Si Beto obtiene cruz, es ahora Ana quién tiene la oportunidad de ganar en el próximo lanzamiento. Lo hará si obtiene una cruz y así sucesivamente.

Si comienza tirando Ana, la probabilidad de que gane Beto menos la probabilidad que gane Ana es:

(A) $\frac{1}{3}$ **(B)** $\frac{2}{3}$ **(C)** $\frac{3}{5}$ **(D)** $\frac{1}{2}$ **(E)** $\frac{4}{5}$ **(F)** 0

Ejercicio 2

Pablo suele descargarse música online pirata. Una tarde, su computadora comienza a funcionar de manera extraña y sospecha que tiene un virus en la computadora. Se estima que el 0.5 % de las personas que descargan música pirata tienen virus informáticos. El antivirus gratuito de su computadora hace un test y afirma que la computadora fue tomada por un virus. Este antivirus de baja calidad detecta un virus el 85 % de las veces que efectivamente hay un virus y se equivoca el 1 % de las veces en que no hay virus.

1. **(7 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de la computadora haya sido tomada por un virus luego de saber que el test dio positivo? (Aproximadamente)

   (A) 4.3×10^{-3} **(C)** 0.30 **(E)** 0.80

   (B) 0.85 **(D)** 0.01 **(F)** 5×10^{-3}

   Desconfiando de su antivirus gratuito, Pablo paga un antivirus de alta calidad que detecta correctamente el 99 % de las veces que hay virus y erróneamente el 1 % de las veces que no hay virus.

2. **(5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad que Pablo tenga un virus en su computadora, luego que el segundo test también le dé positivo? (Sabemos que condicionalmente a que la computadora esté infectada, ambos tests son independientes).

   (A) 2.5×10^{-5} **(C)** 0.998 **(E)** 0.977

   (B) 0.842 **(D)** 0.332 **(F)** 4.2×10^{-3}

Ejercicio 3 (10 puntos)

Dos componentes electrónicas C_1 y C_2 tienen una duración de vida modelada por una v.a. exponencial con un tiempo de vida medio de 1 año y de $\frac{1}{2}$ año respectivamente, los tiempos de vida de cada componentes son independientes. ¿Cuál es la probabilidad de que ninguna componente haya fallado luego de $\frac{1}{2}$ año de funcionamiento?

(A) 0.944 **(B)** 0.223 **(C)** 0.820 **(D)** 0.532 **(E)** 0.455 **(F)** 0.623

Ejercicio 4 (10 puntos)

Hace algún tiempo, cuando no existían computadoras personales, si se quería obtener el valor de una gaussiana estándar se simulaban 12 variables uniformes independientes, este ejercicio muestra la razón de esa selección.

Sean $X_1, \ldots, X_{12}$, variables continuas, independientes e idénticamente distribuidas, con distribución uniforme en $[0,1]$. Sea $\overline{X_{12}} = \frac{X_1 + \cdots + X_{12}}{12}$, usando el TCL encuentre un valor aproximado para $P\left(0.5 < \overline{X_{12}} < 0.8\right)$.

(A) 0.6179 **(B)** 0.5 **(C)** 0.3507 **(D)** 0.8507 **(E)** 0 **(F)** 0.1702

Ejercicio 5

Un comerciante sin calculadora desea redondear los precios de sus artículos al entero más cercano de forma que la unidad mínima sea la moneda de \$1. Así por ejemplo si un artículo cuesta \$6.49 su redondeo será \$6, y si cuesta \$6.99 su redondeo será \$7.

De su registro histórico el comerciante sabe que la distribución de cifras decimales de sus precios es

Cifra decimal	.00	.49	.90	.99
Probabilidad	0.1	0.15	0.4	0.35

1. **(9 puntos)** Sea P el precio de un artículo y R su precio redondeado. Hallar la esperanza $\mathrm{E}(D)$ y la varianza $\mathrm{Var}(D)$ de la diferencia $D = R - P$.

   (A) $\mathrm{E}(D) = 0.215$ y $\mathrm{Var}(D) = 0.052$.
   (B) $\mathrm{E}(D) = -0.03$ y $\mathrm{Var}(D) = 0.039$.
   (C) $\mathrm{E}(D) = 0.215$ y $\mathrm{Var}(D) = 0.227$.
   (D) $\mathrm{E}(D) = -0.03$ y $\mathrm{Var}(D) = 0.198$.
   (E) $\mathrm{E}(D) = 0.678$ y $\mathrm{Var}(D) = 0.102$.
   (F) $\mathrm{E}(D) = 0.678$ y $\mathrm{Var}(D) = 0.319$.

2. **(9 puntos)** Si el comerciante vende $n = 100$ artículos, cuyos precios y redondeos respectivos son P_i y R_i para $i = 1, \ldots, 100$, la diferencia total viene dada por $\sum_{i=1}^{100}(R_i - P_i) = \sum_{i=1}^{100} D_i$.

   Calcular de forma aproximada la probabilidad de que el comerciante pierda dinero si vende sus artículos al precio redondeado.

   (A) 0 **(B)** 0.06 **(C)** 0.10 **(D)** 0.25 **(E)** 0.94 **(F)** 1

Ejercicio 6

Existen fenómenos como el valor de la corriente de fuga de ciertos chips que se pueden modelar con una variable X con recorrido en $(0,\infty)$ que sigue la distribución lognormal. Se define esta variable como aquella que cumple si $Y = \ln(X)$ entonces la variable aleatoria Y tiene distribución normal con media μ y varianza σ^2. Hallar:

1. **(6 puntos)** Para $\mu = 1$ y $\sigma = 1$ calcule la densidad de X en $x = 1$

   (**A**) 1 (**B**) 0.831 (**C**) 0.241 (**D**) 0.250 (**E**) 0 (**F**) $-\infty$

2. **(6 puntos)** Para $\mu = 2$ y $\sigma = 1$ calcule la densidad de X en $x = e$

   (**A**) 0.066 (**B**) 0.089 (**C**) 0.236 (**D**) 0.444 (**E**) 0.285 (**F**) 1

Ejercicio 7

Una moneda tiene probabilidad θ de salir cara. Se realizaron 100 ensayos independientes en los cuales la moneda fue lanzada hasta obtener cara. La cantidad de lanzamientos (incluyendo el último en el cual se obtiene cara) fueron los siguientes:

Lanzamientos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
# Ensayos	49	22	16	6	1	1	2	1	1	1	100

Por ejemplo, la primer columna indica que en 49 ensayos se obtuvo cara en el primer lanzamiento.

1. **(9 puntos)** Dar una estimación de θ basada en el método de máxima verosimilitud.

   (**A**) 0.46 (**B**) 2.17 (**C**) 0.49 (**D**) 0.85 (**E**) 0.02 (**F**) 0.18

2. **(9 puntos)** En la siguiente tabla se han agrupado las últimas 6 columnas de la tabla anterior

Categoría	1	2	3	4	≥ 5	Suma
# Ensayos	49	22	16	6	7	100

   Completando una tabla como la siguiente

Categoría	1	2	3	4	≥ 5	Suma
p_i						1
E_i						100
O_i	49	22	16	6	7	100

   realizar un test χ^2 de bondad de ajuste para testear si la distribución es geométrica con $\theta = 0.5$.

   Indicar en qué rango de valores se encuentra el p-valor (calculado a partir del estadístico de Pearson) para este test:

   (**A**) $0.025 \leq p < 0.05$ (**C**) $0.10 \leq p < 0.15$ (**E**) $0.20 \leq p < 0.25$

   (**B**) $0.05 \leq p < 0.10$ (**D**) $0.15 \leq p < 0.20$ (**F**) $p \geq 0.25$

Ejercicio 8 (10 puntos)

Ana pidió una hamburguesa a las 9:00 pm. En ese momento se dio cuenta que le faltó comprar bebida, así que salió a las 9:00 y volvió 10 minutos después (9:10 pm). Ana esperó 20 minutos más y y a las 9:30 pm, comenzó a inquietarse. Ana piensa que capaz esta vez el delivery llegó mientras ella se había ido y se fue.

Como Ana pide muy seguido a su lugar preferido, sabe que la densidad del tiempo en que llega un pedido es $\frac{t}{1800}$ si $t \in [0,60]$ (tiempo medido en minutos) y 0 en otro caso.

¿Cuál es la probabilidad de que el delivery ya haya pasado por lo de Ana, mientras ella no estaba en la casa?

(A) $\frac{1}{36}$ **(B)** $\frac{1}{28}$ **(C)** $\frac{1}{6}$ **(D)** $\frac{1}{4}$ **(E)** $\frac{3}{4}$ **(F)** $\frac{9}{10}$