Facultad de Ingeniería
IMERL
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA
Curso 2009
Examen, 21 de julio de 2009

Duración de la prueba: 3 horas.

N^o de Prueba	Cédula	Apellido y Nombre	Salón

Ejercicio 1 (33 puntos) Sea X una variable aleatoria con distribución normal típica ($N(0,1)$) y sea Y una variable aleatoria, independiente de X que toma sólo los valores 1 y -1 con igual probabilidad. A partir de estas dos variables, definimos $Z = X.Y$. Considere las siguientes afirmaciones:

a. (11 puntos) Calcular $P\{Z \leq z\}$ para todo $z \in I\!R$.

b. (11 puntos) Calcular $Cov(X, Z)$.

c. (11 puntos) ¿Son X y Z independientes? Justifique.

Ejercicio 2 (31 puntos) Se define una variable aleatoria X a partir de un par de experimentos aleatorios encadenados. Se tira una moneda cargada tal que la probabilidad de que salga cara es p. Si sale cara se extrae una carta de un mazo español completo y sin comodines, si la carta extraída es de bastos o espadas, la variable X vale 0, si la carta extraída es de oros o copas, la variable X vale 1. Si la tirada de la moneda resulta en número, se tira un dado equilibrado y se asigna a la variable X el resultado de la tirada del dado.

a. (5 puntos) Calcular $P\{X = i\}$ para $i = 0, \cdots, 6$.

b. (5 puntos) Calcular $E(X)$.

c. (10 puntos) Dar un estimador de p por el método de los momentos.

d. (11 puntos) Se dispone de una muestra de tamaño 100 dada por la siguiente tabla:

i	0	1	2	3	4	5	6
n_i	18	26	11	13	10	12	10

donde n_i es la cantidad de veces que aparece el valor i en la muestra. Estimar p por máxima verosimilitud y comparar el estimador obtenido con el estimador por el método de los momentos.

Ejercicio 3 (36 puntos) Se dispone de la siguiente muestra

0,38	$-0,07$	0,06	$-0,27$	0,09	0,11	$-0,08$	$-1,19$	0,17	$-0,05$

a. (12 puntos) Hacer dos pruebas de hipótesis para estudiar si es razonable afirmar que la muestra es i.i.d.

b. (12 puntos) Aplicar la prueba de ajuste de Lilliefors para ver si es razonable afirmar que los datos tienen distribución normal.

c. (12 puntos) Aplicar la prueba de exponencialidad de Lilliefors a la muestra de los valores absolutos: $|X_1|, |X_2|, \cdots, |X_n|$.

Nota: En todas las pruebas, trabaje al nivel $\alpha = 0,10$. En las partes (b) y (c) especifique el valor crítico utilizado.

NO LLENAR. PARA USO DOCENTE

PREGUNTA	**1.a**	**1.b**	**1.c**	**2.a**	**2.b**	**2.c**	**2.d**	**3.a**	**3.b**	**3.c**	**TOTAL**
PUNTAJE											