

Nº de Prueba	Cédula	Apellido y Nombre	Salón

Ejercicio 1. (36 puntos) Considere una población numerosa de personas casadas. Interesa estimar p : “proporción de personas casadas que cometen o han cometido adulterio”. Se sabe que aquellos que son adúlteros lo niegan si se les pregunta directamente.

Para estimar p se ideó el siguiente procedimiento: De una urna con 100 bolillas, $100x$ contienen la pregunta (A) ¿ha cometido adulterio? y las restantes $100(1 - x)$ contienen la pregunta (B) ¿siempre ha sido fiel a su pareja?.

Luego se toma al azar una muestra de N personas casadas. A cada una se le pide que saque una bolilla de la urna, lea la pregunta y conteste “Sí” o “No”, y que luego devuelva la bolilla al bolillero (de esta forma el bolillero se mantiene siempre con 100 bolillas). La bolilla sólo es vista por quien contesta, es decir, el encuestador sólo escucha un “Sí” ó un “No”, con lo cual la persona que responde mantiene su privacidad intacta. Se supone que todos los encuestados siguen rigurosamente las instrucciones.

Sea Y el total de respuestas afirmativas (la cantidad de respuestas “Sí” recibidas por el encuestador). Se supone que x es conocido y cumple $0 < x < 1$ (y que $100x$ es entero).

1. Halle la probabilidad de que una persona encuestada responda “Sí”.
2. Deduzca la distribución de la variable aleatoria Y . Justifique.
3. Halle el estimador de p , que llamaremos \hat{p} , por el método de momentos.
4. Escriba la verosimilitud de una muestra de tamaño N en función de Y .
5. Estime p por el método de máxima verosimilitud.

Ejercicio 2. (26 puntos) Sea realiza el siguiente experimento aleatorio: se tira una moneda justa y, si sale cara, se extraen con reposición, dos bolas de un bollillero que contiene dos bolillas azules y cuatro rojas; si sale número, se extraen con reposición, dos bolas de un bollillero que contiene tres bolillas azules y tres rojas.

1. Calcule la probabilidad de extraer dos bolillas azules.
2. Se consideran los sucesos: $A =$ “en la primera extracción sale una bolilla azul” y $B =$ “en la segunda extracción sale una bolilla azul” ¿Son A y B independientes? Justifique su respuesta.
3. Dado que se extraen dos bolillas azules, calcule la probabilidad de que en la tirada de la moneda haya salido cara.

Ejercicio 3. (38 puntos) Sea la muestra:

7,61	7,4	11,13	8,39	19,65	5,71	5,5	8,63	7,41	6,15
------	-----	-------	------	-------	------	-----	------	------	------

Nota: Para todas las pruebas de hipótesis considere $\alpha = 0,10$. Escriba claramente, en cada caso, el resultado de la prueba efectuada.

- a. Realice dos pruebas de hipótesis para estudiar la aleatoriedad de la muestra.
- b. Realice una prueba de Kolmogorov-Smirnov para ver si es razonable afirmar que los datos provienen de la distribución. $F(x) = 1 - 1/(x - 4,5)$ para $x > 5,5$ y $F(x) = 0$ para $x < 5,5$.
- c. Se dispone de una segunda muestra independiente de la anterior:

9,01	8,31	8,5	8,3	6,52	5,9	20,01	11,2	9,02	6,05
------	------	-----	-----	------	-----	-------	------	------	------

Realice una prueba para decidir si las dos muestras tienen la misma distribución.