Facultad de Ingeniería
IMERL
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA
Curso 2009
Examen, 18 de diciembre de 2009
Duración: 3 horas

N^o de Prueba	Cédula	Apellido y Nombre	Salón

1. Una fábrica construye latas mediante dos operaciones: primero cilindrado, y posterior soldado en *una* de dos soldadoras con diferente capacidad de producción. La probabilidad de que una lata presente defectos de cilindrado es de 0,4. El 70% de las latas son soldadas en la soldadora S_1, que tiene una probabilidad de producir defectos de 0,05. El resto son soldadas en la soldadora S_2 con probabilidad de producir defectos de 0,2. Los defectos de cilindrado y de soldadura son independientes entre sí.

   a.(5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que una lata presente defectos de soldadura?

   b.(5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que una lata presente algún defecto (sea de cilindrado, sea de soldadura, sea de ambos)?

   c.(8 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que una lata haya sido soldada en la soldadora S_2 sabiendo que tiene defectos de soldadura?

   d.(8 puntos) Se examinan dos latas ya soldadas por la misma soldadora. Si la primera lata tiene defectos de soldadura, ¿cuál es la probabilidad de que la segunda lata presente defectos de soldadura?

   Luego de producidas, una persona examina la calidad de las latas, que pasan con una cinta trasportadora. Las latas pasan por la cinta transportadora siguiendo una distribución de Poisson, de modo que la probabilidad de que x latas le lleguen en un minuto es $p(x) = 2^x e^{-2}/x!$, con $x = 0, 1, 2, \dots$

   e.(5 puntos) La persona desea salir de la línea de producción para tomar un café. ¿Cuánto tiempo puede salir para que el valor esperado del número de latas que no examina no supere a 5?

   f.(6 puntos) Si sale por dos minutos, ¿cuál es la probabilidad de que pierda exactamente 3 latas?

2. Se consideran $a > 1$ y la función $f : R \to R$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} kx & \text{si } x \in [1, a] \\ 0 & \text{si } x \notin [1, a] \end{cases}$$

   a.(6 puntos) Hallar k para que f sea una densidad.

   Para el valor de k hallado en la parte anterior se considera una variable aleatoria X con densidad f.

   b.(8 puntos) Hallar la esperanza de X y dar un estimador por el método de los momentos $\hat{a}$ del parámetro a.

   c.(8 puntos) Hallar $E(X^2)$ y dar un estimador por el método de los momentos $\tilde{a}$ del parámetro a diferente del de la parte anterior.

   d.(8 puntos) Hallar el estimador de máxima verosimilitud $\breve{a}$ del parámetro a en función de una muestra $X_1, X_2, \dots, X_n$ *i.i.d.* de la variable X.

   e.(8 puntos) Sabiendo que de una muestra aleatoria simple de tamaño 100 de la variable X, exactamente 42 observaciones son menores o iguales a 2 y suponiendo $a > 2$, estimar a.

3. Se dispone de la siguiente muestra:

4,90	3,46	4,21	3,97	4,78	4,52	3,91	3,04	4,64	3,88

   Nota: En todas las pruebas, trabaje al nivel $\alpha = 0,10$

   a. (10 puntos) Hacer dos pruebas de hipótesis para estudiar si es razonable afirmar que la muestra es i.i.d.

   b. (15 puntos) Aplicar la prueba de ajuste de Kolmogorov-Smirnov para ver si es razonable afirmar que los datos tienen distribución uniforme en el intervalo [3,5].