Facultad de Ingeniería
IMERL
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA
Curso 2008
Primer Parcial, 8 de mayo de 2008

N^o de Parcial	Cédula	Apellido y Nombre	Salón

Parte de Múltiple Opción (Total: 20 puntos)

Respuesta correcta: 4 puntos	**Respuesta incorrecta: -1 punto**	**Respuesta en blanco: 0 punto**

1. Un móvil se encuentra en la posición $(0,0,0)$ de un cubo de lado 1 y lados paralelos a los ejes coordenados. En el instante inicial ($t = 0$) empieza a moverse por alguna de las aristas incidentes al vértice $(0,0,0)$ con velocidad 1. En $t = 0$ el móvil elige con probabilidad 1/3 alguna de esas aristas (una arista es incidente a un vértice, si el vértice pertenece a ella). En las instancias posteriores, al llegar a un vértice, el móvil elige para seguir su movimiento cualquiera de las otras dos aristas incidentes al vértice, distintas de la arista por la cual acaba de llegar, con probabilidad 1/2. ¿Cuál es la probabilidad de que el móvil llegue al vértice (1,1,1) en $t = 3$?

   A. 1/2.
   B. 1/6.
   C. 1/3.
   D. 2/3.
   E. 1/4.

2. Se eligen al azar y en forma independiente, las entradas de una matriz de dimensiones 2×2 y tal que cada una de sus entradas puede valer -1 , 0 o 1 con igual probabilidad. ¿Cuál es la probabilidad de que su determinante valga 1 ?

   A. 1/3.
   B. 1/9.
   C. 1/81.
   D. 20/81.
   E. Ninguna de las anteriores.

3. Se tira un dado equilibrado hasta que salga 3. Sea X el número de necesario de tiradas. Se repite al experimento (es decir: se vuelve a tirar el dado hasta que salga 3 y se registra el número necesario de tiradas). Sea Y el resultado de este segundo experimento. Se definen los sucesos: $A_1, A_2, \ldots, A_n \ldots$ de la siguiente manera. Si $Y < X$ no se da ninguno de los sucesos. Si $X \leq Y$ se dan A_X y A_Y y ninguno de los otros sucesos. Es decir que para $i \leq j$, si $X = i$ e $Y = j$, se dan A_i y A_j. La probabilidad $P(A_i)$ vale:

   A. $(\frac{5}{6})^{i-1}\frac{1}{6}\sum_{j=i}^{\infty}(\frac{5}{6})^{j-1}\frac{1}{6}$.
   B. $(\frac{5}{6})^{i-1}\frac{1}{6}\sum_{j=i+1}^{\infty}(\frac{5}{6})^{j-1}\frac{1}{6}$.
   C. $(\frac{5}{6})^{i-1}\frac{1}{6}$.
   D. $(\frac{5}{6})^{i}\frac{1}{6}$.
   E. $(\frac{5}{6})^{i-1}\frac{1}{6}\sum_{j=1}^{i-1}(\frac{5}{6})^{j-1}\frac{1}{6}$.

4. Se consideran tres sucesos A_1, A_2 y A_3 en un espacio de probabilidad $(\Omega, \mathcal{A}, P)$.
A partir de ellos se definen los sucesos B, C y D tales que:

$$\begin{aligned} B &= \{\text{ ocurre exactamente uno de los sucesos } A_i\}. \\ C &= \{\text{ ocurren exactamente dos de los sucesos } A_i\}. \\ D &= \{\text{ ocurren } A_1, A_2 \text{ y } A_3\} = A_1 \cap A_2 \cap A_3. \end{aligned}$$

A. $P(B) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) - P(C) - P(D)$.

B. $P(B) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) - P(C) + P(D)$.

C. $P(B) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) - 2P(C) + 3P(D)$.

D. $P(B) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) - 2P(C) - 3P(D)$.

E. Ninguna de las anteriores

5. Una urna contiene 2 bolas rojas y 3 bolas azules. Antes de la extracción de bolas de la urna, se realiza un sorteo con dos resultados posibles. Si en el sorteo se obtiene el primer resultado (que tiene probabildad p) se extraen de la urna dos bolas con reposición. Si en el sorteo se obtiene el segundo resultado (que tiene, por lo tanto, probabildad $1-p$) se extraen de la urna dos bolas sin reposición. ¿Cuánto debe valer p para que la probabilidad de extraer dos bolas del mismo color sea igual a la probabilidad de extraer dos bolas de colores diferentes?

A. 1/2.

B. 2/3.

C. 5/6.

D. 3/4.

E. 4/5.

MÚLTIPLE OPCIÓN: POR FAVOR, **LLENAR CON LETRAS MAYÚSCULAS**

PREGUNTA	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
RESPUESTA					

NO LLENAR. PARA USO DOCENTE

PREGUNTA	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**1.a.**	**1.b.**	**1.c.**	**2.a.**	**2.b.**	**2.c.**	**2.d.**	**TOTAL**
PUNTAJE													

Parte de desarrollo (Total: 20 puntos)

(En esta parte no se penalizan los errores con puntajes negativos)

Ejercicio 1. (9 puntos) Una persona llega a una parada de ómnibus. Le sirven dos líneas: la A y la B. Los ómnibus de la línea A pasan cada 30 minutos y los de la línea B cada 20. La persona desconoce los horarios. De modo que se puede suponer que, al llegar a la parada, a menos que vea un ómnibus de la línea A alejarse (en cuyo caso el próximo ómnibus de esa línea pasará dentro de 30 minutos) el tiempo de espera en minutos hasta que pase el próximo coche de la línea A es una variable aleatoria uniforme en el intervalo [0,30]. Ocurre algo análogo para la línea B, cambiando el 30 por el 20. Se supone que los tiempos de espera para las dos líneas son independientes.

a. (2 puntos) Si cuando llega a la parada ve alejarse al A, ¿cuál es la probabilidad de que tenga que esperar más de 15 minutos?

b. (2 puntos) Si cuando llega a la parada ve alejarse al B, ¿cuál es la probabilidad de que tenga que esperar más de 15 minutos?

c. (5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que tenga que esperar más de 15 minutos, si al llegar a la parada no ve ningún ómnibus?

Ejercicio 2. (11 puntos) Un aparato eléctrico depende de dos componentes dispuestos en serie; de modo que la vida del aparato es igual a la vida de aquel de sus dos componentes que dure menos. Los componentes se eligen al azar de un depósito en donde se tienen componentes de dos marcas: la A cuya duración tiene distribución exponencial de parámetro λ y la B cuya duración tiene distribución exponencial de parámetro μ. Supongamos que hay una proporción p de componentes de la marca A y que la cantidad de componentes en el depósito es tan grande que se puede suponer que la proporción es la misma para ambas extracciones.

a. (2 puntos) Dado que se eligen ambos componentes de la marca A, escribir en función de los parámetros la probabilidad de que la vida del aparato sea menor que un cierto t.

b. (2 puntos) Dado que se eligen ambos componentes de la marca B, escribir en función de los parámetros la probabilidad de que la vida del aparato sea menor que un cierto t.

c. (2 puntos) Dado que se elige un componente de la marca A y el otro de la marca B, escribir en función de los parámetros la probabilidad de que la vida del aparato sea menor que un cierto t.

d. (5 puntos) Escribir en función de los parámetros la probabilidad de que la vida del aparato sea menor que un cierto t.