Facultad de Ingeniería
IMERL
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA
Curso 2008
Primer Parcial, 8 de mayo de 2008

RESUMEN DE LA SOLUCIÓN

(En la primera clase de práctico de cada uno de los grupos del curso, se hará la resolución in extenso de la prueba, por parte del profesor a cargo)

Parte de Múltiple Opción (Total: 20 puntos)

Respuesta correcta: 4 puntos	Respuesta incorrecta: -1 punto	Respuesta en blanco: 0 punto

PREGUNTA	1	2	3	4	5
RESPUESTA	A	D	C	D	C

Parte de desarrollo (Total: 20 puntos)

(En esta parte no se penalizan los errores con puntajes negativos)

Ejercicio 1. (9 puntos)

a. (2 puntos) Si al llegar a la parada ve alejarse al A, el tiempo de espera (hasta que pase el próximo ómnibus de la línea B) tiene distribución uniforme en el intervalo [0,20]. La probabilidad de que tenga que esperar más de 15 minutos es, por lo tanto 1/4.

b. (2 puntos) Si al llegar a la parada ve alejarse al B, el hecho de que tenga que esperar más de 15 minutos es equivalente a que el próximo ómnibus de la línea A demore más de 15 minutos. El tiempo de espera hasta que pase el próximo ómnibus de la línea A tiene distribución uniforme en el intervalo [0,30]. La probabilidad de que tenga que esperar más de 15 minutos es, por lo tanto 1/2.

c. (5 puntos) Si al llegar a la parada no ve ningún ómnibus, el tiempo de espera es el mínimo entre dos uniformes independientes: $U_A \sim \mathcal{U}_{[0,30]}$ y $U_B \sim \mathcal{U}_{[0,20]}$.

$$P\{min\{U_A, U_B\} > 15\} = P\{U_A > 15, U_B > 15\} = P\{U_A > 15\}P\{U_B > 15\} = (1/2)(1/4) = 1/8.$$

Ejercicio 2. (11 puntos)

a. (2 puntos) Dado que se eligen ambos componentes de la marca A, el tiempo de vida del aparato es el mínimo entre dos exponenciales independientes: $X_1 \sim exp\,(\lambda)$ y $X_2 \sim exp\,(\lambda)$.

$$P\{min\{X_1, X_2\} \leq t\} = 1-P\{min\{X_1, X_2\} > t\} = 1-P\{X_1 > t, X_2 > t\} = 1-P\{X_1 > t\}P\{X_2 > t\} = 1-e^{-2\lambda t}.$$

b. (2 puntos) Dado que se eligen ambos componentes de la marca B, el tiempo de vida del aparato es el mínimo entre dos exponenciales independientes: $X_1 \sim exp\,(\mu)$ y $X_2 \sim exp\,(\mu)$.

$$P\{min\{X_1, X_2\} \leq t\} = 1-P\{min\{X_1, X_2\} > t\} = 1-P\{X_1 > t, X_2 > t\} = 1-P\{X_1 > t\}P\{X_2 > t\} = 1-e^{-2\mu t}.$$

c. (2 puntos) Dado que se elige un componente de la marca A y el otro de la marca B, el tiempo de vida del aparato es el mínimo entre dos exponenciales independientes: $X_1 \sim exp\,(\lambda)$ y $X_2 \sim exp\,(\mu)$.

$$P\{min\{X_1, X_2\} \leq t\} = 1-P\{min\{X_1, X_2\} > t\} = 1-P\{X_1 > t, X_2 > t\} = 1-P\{X_1 > t\}P\{X_2 > t\} = 1-e^{-(\lambda+\mu)t}.$$

d. (5 puntos) Sean $S_1 = \{$se eligen ambos componentes de la marca $A\}$, $S_2 = \{$se eligen ambos componentes de la marca $B\}$ y $S_3 = \{$se elige un componente de la marca A y el otro de la marca $B\}$. Se tiene $P(S_1) = p^2$, $P(S_2) = (1-p)^2$ y $P(S_3) = 2p\,(1-p)$. Si llamamos T al tiempo de vida del aparato, tenemos:

$$P\{T \leq t\} = P(\{T \leq t\}|S_1).P(S_1) + P(\{T \leq t\}|S_2).P(S_2) + P(\{T \leq t\}|S_3).P(S_3) =$$
$$(1-e^{-2\lambda t})p^2 + (1-e^{-2\mu t})(1-p)^2 + (1-e^{-(\lambda+\mu)t})2p\,(1-p).$$