

SEGUNDO PARCIAL: PROBABILIDAD Y ESTADISTICA

N° de parcial	Cédula	Apellido y nombre	Salón

Múltiple opción (Total: 60 puntos)

En cada pregunta hay sólo una opción correcta.

Respuesta correcta: 7.5 puntos, respuesta incorrecta: -1.875 puntos, no respuesta: 0 punto.

Colocar las respuestas en el siguiente cuadro.

1	2	3	4	5	6	7	8

Ejercicio 1

$X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ son variables aleatorias i.i.d. con distribución como la de $X \sim \text{Exp}(\lambda)$. Entonces $\frac{n}{\sum_{i=1}^n X_i^2}$ converge casi seguramente a

- (A) λ (B) $\frac{1}{\lambda}$ (C) λ^2 (D) $\frac{2}{\lambda^2}$ (E) $\frac{\lambda^2}{2}$

Ejercicio 2

El campeón mundial de arquería afirma que acierta en el blanco al menos en el 83% de las veces. Pero yo creo que me está mintiendo, y quiero testear la hipótesis H_0 de que esté diciendo la verdad. Si lanza ante mí 900 veces y trabajamos a un nivel de significación del 1% ¿a partir de cuántos aciertos debería obtener para que me convenza de que dice la verdad?

- (A) 636 (B) 598 (C) 721 (D) 681 (E) 794

Ejercicio 3

El Rey Helado le manda 5 kilos de oro a su orfebre de confianza, para que le acuñe mil monedas de oro de cinco gramos cada una. El orfebre le avisa que la variable “peso de una moneda” tiene una desviación estándar de 0,20 gramos. El rey aceptará el lote de monedas siempre que la masa total sea mayor o igual a 4,8 kilos. Si el orfebre configura la máquina para que el valor esperado del peso de cada moneda sea 4,81 gramos, ¿cuál es la probabilidad aproximada de que el lote pase la prueba y sea aceptado por el rey?

- (A) 0.52 (B) 0.731 (C) 0.689 (D) 0.877 (E) 0.943

Ejercicio 4

Déborah Rodríguez corre rápido. Se asume que el tiempo en segundos que le lleva correr los 800 metros tiene distribución normal. Sus últimas 8 mediciones resultaron (en segundos):

123,74 124,97 121,46 128,05
124,11 124,63 126,09 123,83

Un intervalo de confianza al 80% para el tiempo medio (en segundos) en que Déborah recorre los 800 metros es

- (A) [122, 74; 126, 48]
(B) [123, 65; 125, 57]
(C) [122, 12; 126, 10]
(D) [124, 01; 126, 83]
(E) [123, 25; 125, 97]

Ejercicio 5

Si X_1, X_2, \dots, X_n es una MAS de cierta X cuya densidad viene dada por

$$f_X(x, \alpha) = \begin{cases} \frac{\alpha}{(1-x)^2} e^{\frac{-\alpha x}{1-x}} & \text{si } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{si no} \end{cases} \quad \text{siendo } \alpha > 0.$$

Entonces el estimador máximo verosímil de α es

- (A) \bar{X}_n
- (B) $e^{-\bar{X}_n}$
- (C) $\frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{1-x_i}}$
- (D) $\frac{n}{\sum_{i=1}^n \log\left(\frac{1}{1-x_i}\right)}$
- (E) $\frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{1-x_i}}$

Ejercicio 6

Si $-1, 1, 1, 0, 1, 0, -1, -1, 0, 0, 1$ es una MAS de cierta X cuya función de probabilidad viene dada por

$$p_X(x, \theta, \lambda) = \begin{cases} \lambda - \theta/2 & \text{si } x = -1 \\ \lambda - \theta & \text{si } x = 0 \\ 1 - 2\lambda + 3\theta/2 & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

entonces las estimaciones de λ y θ por el método de los momentos son

- (A) $\hat{\lambda} = 2/11, \hat{\theta} = 2/11$
- (B) $\hat{\lambda} = 4/11, \hat{\theta} = -2/11$
- (C) $\hat{\lambda} = -2/11, \hat{\theta} = 2/11$
- (D) $\hat{\lambda} = 2/11, \hat{\theta} = -2/11$
- (E) $\hat{\lambda} = 4/11, \hat{\theta} = 4/11$

Ejercicio 7

Un fabricante de baterías afirmaba años atrás que la vida útil promedio de sus baterías es mayor a los 5 años. Para analizar la veracidad de lo que afirmaba el fabricante, se observó la vida útil de 50 baterías (puede ser considerada esta muestra suficientemente grande) tomadas aleatoriamente de la producción y se obtuvo una vida útil promedio de 5,24 años con una desviación de 0,8 años. Definimos la variable $X =$ “cantidad de años que dura una batería”, le llamamos μ a su valor esperado y planteando las hipótesis $H_0 : \mu \leq 5$ versus $H_1 : \mu > 5$. Se trabajó con una región crítica de la forma $\{\bar{X}_n \geq 5,21\}$ por lo que se decidió rechazar la hipótesis nula. Si le llamamos α al nivel de significación de la prueba y p_0 al p-valor de la misma, entonces los valores aproximados de α y p_0 son

- (A) $\alpha = 0.032$ y $p_0 = 0,017$
- (B) $\alpha = 0.032$ y $p_0 = 0,028$
- (C) $\alpha = 0.046$ y $p_0 = 0,018$
- (D) $\alpha = 0.050$ y $p_0 = 0,951$
- (E) $\alpha = 0.046$ y $p_0 = 0,024$

Ejercicio 8

En una fábrica de productos electrónicos, se sabe que la duración promedio de determinados componentes de un juguete electrónico para niños es de 800 horas con una desviación estándar de 40 horas. Entonces de acuerdo a la desigualdad de Chebychev la probabilidad de que un juguete elegido al azar de la fábrica tenga una duración de entre 720 y 880 horas es de al menos

- (A) $1/2$ (B) $3/4$ (C) $7/8$ (D) $1/4$ (E) $2/5$

Tabla de la función $\phi(z) = F_Z(z)$, siendo Z con distribución $N(0,1)$.

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7703	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990

Tabla de la distribución T-Student con r grados de libertad.

r	$P(T \leq t)$						
	0.60	0.75	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995
r	$t_{0.40}(r)$	$t_{0.25}(r)$	$t_{0.10}(r)$	$t_{0.05}(r)$	$t_{0.025}(r)$	$t_{0.01}(r)$	$t_{0.005}(r)$
1	0.325	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	0.289	0.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	0.277	0.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	0.271	0.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	0.267	0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	0.265	0.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	0.263	0.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	0.262	0.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	0.261	0.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	0.260	0.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	0.260	0.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	0.259	0.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	0.259	0.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	0.258	0.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.997
15	0.258	0.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	0.258	0.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	0.257	0.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	0.257	0.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	0.257	0.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	0.257	0.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	0.257	0.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	0.256	0.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	0.256	0.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	0.256	0.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	0.256	0.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	0.256	0.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	0.256	0.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	0.256	0.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	0.256	0.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	0.256	0.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
∞	0.253	0.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576