N^o de parcial	Cédula	Apellido y nombre	Salón

Respuestas

Ej. 1	Ej. 2	Ej. 3	Ej. 4
C	C	E	A
Ej. 5	**Ej. 6**	**Ej. 7**	**Ej. 8**
D	E	A	C

Importante

- El parcial dura 3 horas.
- Es sobre 60 puntos en total. Cada ejercicio vale 7.5 puntos, respuesta incorrecta: -1.875 puntos, sin respuesta: 0 punto.
- Solo serán válidas las respuestas indicadas en el cuadro de respuestas.
- En cada ejercicio hay una sola opción correcta.

Tabla de $\Phi(z)$ (normal estándar)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7703	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990

Tabla de distribución de una T-Student con r grados de libertad

	$P(T \le t)$						
	0.60	0.75	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995
r	$t_{0.40}(r)$	$t_{0.25}(r)$	$t_{0.10}(r)$	$t_{0.05}(r)$	$t_{0.025}(r)$	$t_{0.01}(r)$	$t_{0.005}(r)$
1	0.325	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	0.289	0.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	0.277	0.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	0.271	0.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	0.267	0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	0.265	0.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	0.263	0.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	0.262	0.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	0.261	0.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	0.260	0.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	0.260	0.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	0.259	0.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	0.259	0.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	0.258	0.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.997
15	0.258	0.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	0.258	0.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	0.257	0.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	0.257	0.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	0.257	0.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	0.257	0.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	0.257	0.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	0.256	0.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	0.256	0.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	0.256	0.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	0.256	0.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	0.256	0.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	0.256	0.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	0.256	0.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	0.256	0.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	0.256	0.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
∞	0.253	0.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

Múltiple Opción

Ejercicio 1

Sea X una variable aleatoria discreta que toma, con igual probabilidad, los valores $1, 2, \ldots, n$. Sabiendo que $\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$ y $\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$, indicar cuál es la varianza de X:

(A) $\frac{n+1}{2}$ **(B)** $\frac{7n^2+12n+5}{12}$ **(C)** $\frac{n^2-1}{12}$ **(D)** $\frac{n^2-1}{3}$ **(E)** $\frac{2n^2+3n+1}{6}$

Ejercicio 2

La cantidad total de reclamos médicos (en millones de pesos) de los empleados de una compañía es una variable con densidad dada por $f(x) = cx(1-x)^2$ si $0 < x < 1$, en donde c es una constante.

Hallar el valor esperado del gasto en reclamos médicos de la compañía (expresado en pesos).

(A) \$40000 **(B)** \$60000 **(C)** \$400000 **(D)** \$600000 **(E)** \$800000

Ejercicio 3

En una fábrica de artefactos eléctricos se desea estimar el valor esperado de la variable X definida como el número de artefactos a ser observados hasta que aparezca el primero fallado. A tales efectos se realizará una muestra aleatoria simple de tamaño n de la variable X. De estudios previos, se sabe que si p es la probabilidad de que un artículo observado al azar sea fallado, entonces $0.2 \leq p \leq 0.4$.

A partir de la desigualdad de Chevishoff se desea obtener el menor tamaño de muestra posible tal que la media muestral no difiera de la verdadera en más de 0.1 con una confianza de al menos $92\,\%$. Entonces el mínimo n buscado es igual a

(A) 383 **(B)** 1535 **(C)** 3035 **(D)** 4688 **(E)** 25000

Ejercicio 4

Supongamos que 3.2, 2.1, 0.8, 1.2, 0.33 es una muestra aleatoria simple de cierta variable X tal que $X = \alpha + Y$ siendo $Y \sim \mathbf{Exp}(\lambda)$. Entonces, la estimación de α y λ por el método de los momentos es:

(A) $\widehat{\alpha} = 0.507$ y $\widehat{\lambda} = 0.981$

(B) $\widehat{\alpha} = 0.595$ y $\widehat{\lambda} = 1.019$

(C) $\widehat{\alpha} = 1.526$ y $\widehat{\lambda} = 3.368$

(D) $\widehat{\alpha} = 1.526$ y $\widehat{\lambda} = 1.837$

(E) $\widehat{\alpha} = 2.577$ y $\widehat{\lambda} = -0.981$

Ejercicio 5

Sea $X_1, \ldots, X_n$ un muestreo aleatorio de una distribución discreta con recorrido $\{0,1,2,3\}$. Supongamos que el parámetro θ solo puede tomar los valores $\theta = 0,1,2,3,4$. La función de probabilidad puntual para cada θ es:

	$\theta = 0$	$\theta = 1$	$\theta = 2$	$\theta = 3$	$\theta = 4$
$X = 0$	0.1	0.2	0.3	0.1	0.2
$X = 1$	0.3	0.4	0.3	0.5	0.3
$X = 2$	0.3	0.3	0.2	0.1	0.4
$X = 3$	0.3	0.1	0.2	0.3	0.1

Se tiene una muestra con $n = 6$ y los datos son 1, 1, 0, 3, 1, 1.

Hallar la estimación de máxima verosimilitud de θ.

(A) $\hat{\theta} = 0$ **(B)** $\hat{\theta} = 1$ **(C)** $\hat{\theta} = 2$ **(D)** $\hat{\theta} = 3$ **(E)** $\hat{\theta} = 4$

Ejercicio 6

Un estudio desea determinar cuánto duran en promedio las bolsas de plástico biodegradables. Se asume que la duración medida en meses se distribuye como una variable normal con media y desvío desconocidos. Para esto se dispone de la siguiente muestra:

16.91 20.60 19.46 23.40 12.77 22.68 17.97 13.13 17.36 17.46

Calcular el intervalo de confianza para la duración media al nivel de confianza 95 %.

(A) [10.40, 25.94] **(C)** [15.82, 18.63] **(E)** [15.64, 20.70]

(B) [17.47, 18.86] **(D)** [16.52, 22.36]

Ejercicio 7

En una fábrica embotelladora de agua mineral se utiliza una máquina para vertir el líquido dentro de las botellas. La máquina vierte el líquido con un error aleatorio cuya distribución es normal de media cero y desvío conocido de 15 ml. En su funcionamiento correcto la máquina debe vertir en promedio $\mu = 1.5$ litros de agua en cada botella.

Para un control rutinario de calidad se toma una muestra de 9 botellas, con el objetivo de ralizar el siguiente test de hipótesis:

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 1500 \text{ (ml)} \\ H_1 : \mu \neq 1500 \text{ (ml)} \end{cases}$$

Se decide rechazar H_0 si el promedio $\overline{X}_n$ de las 9 botellas satisface $\overline{X}_n \leq 1487$ o $\overline{X}_n \geq 1513$. Calcular la probabilidad de cometer un error de tipo I (redondear a dos cifras después de la coma).

(A) 0.01 **(B)** 0.05 **(C)** 0.11 **(D)** 0.16 **(E)** 0.23

Ejercicio 8

La cantidad de barcos que pasan por día por debajo de determinado puente al acercarse al puerto es modelada por una variable Poisson(λ). Algunos ingenieros sostienen que $\lambda = 12$ mientras otros sostienen que $\lambda = 15$.

Se plantea el test de hipótesis $H_0 : \lambda = 12$ versus $H_1 : \lambda > 12$ al nivel de significación del 1 %. Se realizó una muestra de 30 días en donde se observó que pasaron un total de 396 barcos por dicho puente.

Sea p_0 al p-valor de la prueba y π la potencia de la prueba sabiendo que el verdadero valor es $\lambda = 15$. Indicar el valor de p_0 y π.

(A) $p_0 \cong 0.029$ y $\pi \cong 0.015$ **(D)** $p_0 \cong 0.364$ y $\pi \cong 0.950$

(B) $p_0 \cong 0.029$ y $\pi \cong 0.689$ **(E)** $p_0 \cong 0.364$ y $\pi \cong 0.243$

(C) $p_0 \cong 0.029$ y $\pi \cong 0.985$
