

Nº de parcial	Cédula	Apellido y nombre	Firma	Salón

**Respuestas \***

Ej. 1	Ej. 2	Ej. 3	Ej. 4
E	D	A	B
Ej. 5	Ej. 6	Ej. 7	Ej. 8
B	C	A	E

**Importante**

- El parcial dura 3 horas.
- El parcial es sobre 60 puntos en total.
- Solo serán válidas las respuestas indicadas en el cuadro de respuestas.
- En cada ejercicio hay una sola opción correcta.
- No se restan puntos por respuesta incorrecta.

**Tabla de  $\Phi(z)$  (normal estándar)**

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9924	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9958	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986

**Tabla de  $\chi^2$**

Probabilidad de cola derecha $P(\chi^2 \geq c)$											
GdL	.25	.20	.15	.10	.05	.025	.02	.01	.005	.0025	.001
1	1.32	1.64	2.07	2.71	3.84	5.02	5.41	6.63	7.88	9.14	10.83
2	2.77	3.22	3.79	4.61	5.99	7.38	7.82	9.21	10.60	11.98	13.82
3	4.11	4.64	5.32	6.25	7.81	9.35	9.84	11.34	12.84	14.32	16.27
4	5.39	5.99	6.74	7.78	9.49	11.14	11.67	13.28	14.86	16.42	18.47
5	6.63	7.29	8.12	9.24	11.07	12.83	13.39	15.09	16.75	18.39	20.52
6	7.84	8.56	9.45	10.64	12.59	14.45	15.03	16.81	18.55	20.25	22.46
7	9.04	9.80	10.75	12.02	14.07	16.01	16.62	18.48	20.28	22.04	24.32
8	10.22	11.03	12.03	13.36	15.51	17.53	18.17	20.09	21.95	23.77	26.12
9	11.39	12.24	13.29	14.68	16.92	19.02	19.68	21.67	23.59	25.46	27.88
10	12.55	13.44	14.53	15.99	18.31	20.48	21.16	23.21	25.19	27.11	29.59

**Tabla de  $t$  Student**

Probabilidad de cola derecha $P(t \geq c)$											
GdL	.25	.20	.15	.10	.05	.025	.02	.01	.005	.0025	.001
1	1.00	1.38	1.96	3.08	6.31	12.71	15.89	31.82	63.66	127.32	318.31
2	0.82	1.06	1.39	1.89	2.92	4.30	4.85	6.96	9.92	14.09	22.33
3	0.76	0.98	1.25	1.64	2.35	3.18	3.48	4.54	5.84	7.45	10.21
4	0.74	0.94	1.19	1.53	2.13	2.78	3.00	3.75	4.60	5.60	7.17
5	0.73	0.92	1.16	1.48	2.02	2.57	2.76	3.36	4.03	4.77	5.89
6	0.72	0.91	1.13	1.44	1.94	2.45	2.61	3.14	3.71	4.32	5.21
7	0.71	0.90	1.12	1.41	1.89	2.36	2.52	3.00	3.50	4.03	4.79
8	0.71	0.89	1.11	1.40	1.86	2.31	2.45	2.90	3.36	3.83	4.50
9	0.70	0.88	1.10	1.38	1.83	2.26	2.40	2.82	3.25	3.69	4.30
10	0.70	0.88	1.09	1.37	1.81	2.23	2.36	2.76	3.17	3.58	4.14

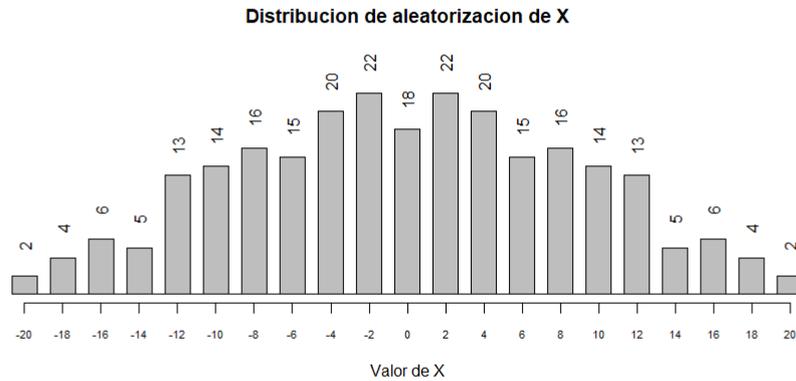


**Ejercicio 3 (7 puntos)**

Ana y Beto trabajan como auxiliar de limpieza en un hotel. Beto le apuesta a Ana que él limpia las habitaciones más rápido que ella. Para comprobarlo asignan las 10 habitaciones del hotel al azar en dos grupos, 5 de ellas las limpia Ana y las otras 5 las limpia Beto. La siguiente tabla muestra el resultado en minutos:

Ana:	22	19	15	19	16
Beto:	17	16	15	15	12

La siguiente figura contiene la distribución de aleatorización (o distribución nula) del estadístico  $X$  que consiste en la suma de los minutos totales efectuados por Ana menos la suma de los minutos totales efectuados por Beto.



Realizar un test de permutaciones, al nivel de significancia  $\alpha = 5\%$  y a una cola, para determinar si efectivamente Beto es más rápido que Ana limpiando las habitaciones.

- (A) Disponemos de evidencia suficiente para afirmar que Beto es más rápido que Ana pues el p-valor del test es  $0.048 \leq 0.05$
- (B) No disponemos de evidencia suficiente para afirmar que Beto es más rápido que Ana pues el p-valor del test es  $0.048 \leq 0.05$
- (C) Disponemos de evidencia suficiente para afirmar que Beto es más rápido que Ana pues el p-valor del test es  $0.096 \geq 0.05$ .
- (D) No disponemos de evidencia suficiente para afirmar que Beto es más rápido que Ana pues el p-valor del test es  $0.096 \geq 0.05$ .
- (E) No disponemos de evidencia suficiente para afirmar que Beto es más rápido que Ana pues el p-valor del test es  $0.198 \geq 0.05$ .
- (F) Disponemos de evidencia suficiente para afirmar que Beto es más rápido que Ana pues el p-valor del test es  $0.198 \geq 0.05$ .

**Ejercicio 4 (7 puntos)**

Se tiene la siguiente muestra de  $n = 10$  datos que provienen de una variable aleatoria  $U(0, \theta)$  con  $\theta > 0$  desconocido.

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x_i$	3.46	4.96	4.72	4.21	1.06	2.58	2.92	4.85	0.21	0.91

Sea  $\hat{\theta}$  el estimador por máxima verosimilitud de  $\theta$ , entonces:

- (A)  $\hat{\theta} = 2.988$                       (C)  $\hat{\theta} = 0.21$                       (E)  $\hat{\theta} = 2.585$   
 (B)  $\hat{\theta} = 4.96$                       (D)  $\hat{\theta} = 2.92$                       (F)  $\hat{\theta} = 3.46$

**Ejercicio 5 (7 puntos)**

Se tiene una muestra  $X_1, \dots, X_n$  i.i.d. con distribución  $U(0, \theta)$  donde  $\theta > 0$  es un parámetro desconocido y se propone a  $\hat{\theta} = \sum_{i=1}^n \alpha_i X_i$  como estimador de  $\theta$ , siendo  $\alpha_i \in \mathbb{R}$  para todo  $i$ .

Una *condición necesaria y suficiente* para que  $\hat{\theta}$  sea insesgado para  $\theta$  es:

- (A)  $\sum_i \alpha_i = 1$ .  
 (B)  $\sum_i \alpha_i = 2$ .  
 (C)  $\alpha_i = \frac{1}{n}$  para todo  $i$ .  
 (D)  $\alpha_i = 1$  para todo  $i$ .  
 (E) El estimador  $\hat{\theta}$  presenta sesgo para cualquier elección de los coeficientes  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ .  
 (F) El estimador  $\hat{\theta}$  es insesgado para cualquier elección de los coeficientes  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ .

**Ejercicio 6 (7 puntos)**

Se sabe que en periodo de parciales un estudiante duerme en promedio unas 5.7 horas con una desviación estándar de 1.7 horas. Se selecciona al azar un grupo de 35 estudiantes y se les pregunta cuánto durmieron el día antes del parcial.

¿Cuál es la probabilidad (aproximada) de que este grupo haya dormido en promedio más de 6 horas?

- (A) 0.430      (B) 0.281      (C) 0.148      (D) 0.087      (E) 0.270      (F) 0.852

**Ejercicio 7 (11 puntos)**

En una fábrica embotelladora de agua mineral se utiliza una máquina para verter el líquido dentro de las botellas. La máquina vierte el líquido con un error aleatorio cuya distribución es normal de media cero y desvío conocido de 15 ml. En su funcionamiento correcto la máquina debe verter en promedio  $\mu = 1.5$  litros de agua en cada botella.

Para un control rutinario de calidad se desea tomar una muestra de  $n$  botellas, con el objetivo de realizar el siguiente test de hipótesis:

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 1500 \text{ (ml)} \\ H_A : \mu < 1500 \text{ (ml)} \end{cases}$$

Se decide utilizar una región de rechazo de la forma  $\{\bar{X} \leq 1500 - \varepsilon\}$ , en donde  $\bar{X}$  es el promedio de las  $n$  botellas, y un nivel de significancia  $\alpha = 5\%$ .

Suponga que la realidad es que la máquina está descalibrada y vierte en promedio  $\mu = 1490$  ml. Hallar el valor de  $n$  para que la potencia del test anterior sea de 55%.

- (A) 8            (B) 13            (C) 17            (D) 25            (E) 36            (F) 15

**Ejercicio 8 (7 puntos)**

Un estudio desea determinar cuánto duran en promedio las bolsas de plástico biodegradables. Se asume que la duración medida en meses se distribuye como una variable normal con media y desvío desconocidos.

Para esto se dispone de la siguiente muestra:

17 16 18 19 16 17 17 19 18 15

Calcular el intervalo de confianza para la duración media al nivel de confianza 95%. Expresar el resultado con 1 cifras decimales.

- (A) [16.1, 19.3]            (C) [15.8, 18.6]            (E) [16.3, 18.1]  
 (B) [15.7, 21.1]            (D) [16.5, 20.3]            (F) [16.1, 19.1]