

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA - Facultad de Ingeniería
Segundo parcial 6 de Julio de 2007

No Parcial	No Trabajo	Nombre y Apellido	Cedula

Para uso docente

1a	1b	1c	1d	1e	1f	Total 1	2a	2b	2c	Total 2		Total

La duración del parcial es de 4 horas.

Publicación de resultados: viernes 20 de Julio hora 20:00.

Muestra de parciales lunes 23 de Julio hora 14:00.

Indique horario o nombre del docente del teórico al que concurre:

Indique horario o nombre del docente del práctico al que concurre:

Problema 1 (30 puntos)

Sea X una variable aleatoria con distribución doble exponencial de parámetro λ (con $\lambda > 0$); es decir que su densidad viene dada por la fórmula

$$f(x) = \frac{1}{2} \lambda e^{-\lambda|x|}$$

- a. **(6 puntos)** Mostrar que $E(X^2) = 2/\lambda^2$.
- b. **(2 puntos)** Dar un estimador por el método de los momentos de $g(\lambda) = 2/\lambda^2$.
- c. **(2 puntos)** A partir del estimador anterior, dar un estimador de λ .
- d. **(6 puntos)** Mostrar que $Var(X^2) = 20/\lambda^4$.
- e. **(8 puntos)** Se dispone de una muestra X_1, \dots, X_{100} de variables aleatorias i.i.d. con distribución doble exponencial de parámetro λ .
 Sabiendo que $\sum_{i=1}^{100} X_i^2 = 25,82$, dar un intervalo de confianza aproximado al 95% para $g(\lambda) = 2/\lambda^2$.
- f. **(6 puntos)** A partir del anterior, dar un intervalo de confianza aproximado al 95% para λ .

Problema 2 (30 puntos)

a. (20 puntos)

Se tiene la siguiente muestra:

0.026	0.732	0.25	0.361	0.058	0.136	0.392	1.995	0.098	0.405	0.243	0.117
-------	-------	------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

- i. Verifique que los datos pasan las 2 pruebas (test) de aleatoriedad vistas en el curso.
- ii. Investigue si los datos se ajustan a una distribución normal.(implemente una sola prueba)
- iii. Investigue si los datos se ajustan a una distribución exponencial.(implemente una sola prueba)

b. (7 puntos)

Dados $X_1, X_2, \dots, X_{12} \text{ iid} \sim \text{Exp}(\lambda)$ se plantea la siguiente prueba (test) de hipótesis:

$$\begin{cases} H_0 : \lambda = 3 \\ H_1 : \lambda = 2 \end{cases}$$

donde la región crítica es $\{\min(X_1, X_2, \dots, X_{12}) \geq c\}$. (con $c > 0$).

Calcule α y β en función de c .

c. (3 puntos)

Supongamos que se aplica la prueba de la **parte b** a los datos de la **parte a** con $c = 0.05$.

- i. Determine qué decisión se toma.
- ii. Indique la probabilidad del error asociado a dicha decisión.