

**PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA
SEGUNDO PARCIAL 2004**

DATOS DEL ESTUDIANTE

No. de Parcial	Apellidos y Nombres	Cédula

- La duración total de la prueba es de **3 horas**.
- **Publicación de resultados:** Viernes 16 de Julio - 20:00hs.
- **Muestra de parciales:** Lunes 19 de Julio - 18:00hs.

Problema 1 (30 puntos)

Dados dos números, a y $\lambda > 0$, decimos que X es una variable con distribución *Pseudo Exponencial* de parámetros a y λ (y lo denotamos $X \sim PE(a, \lambda)$) si su función de densidad está definida por:

$$f_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < a \\ Ce^{-\lambda x} & \text{si } a \leq x \end{cases} \quad (1)$$

donde C es una constante.

- a) **(12 puntos)**
- i) Calcule C como función de a y λ .
 - ii) Calcule m_X , la mediana de la variable X .
 - iii) Calcule $\mathbf{E}(X)$.
 - iv) Calcule $\mathbf{Var}(X)$.
- b) **(10 puntos)** Considere una muestra de variables aleatorias X_1, X_2, \dots, X_n *i.i.d.* $\sim PE(a, \lambda)$. Construya estimadores consistentes para los parámetros a y λ :
- i) usando el método de los momentos,
 - ii) usando el promedio empírico \overline{X}_n y la mediana empírica m_n .
- c) **(8 puntos)** Suponga que $a = 2$ y que las variables aleatorias X_1, X_2, \dots, X_n *i.i.d.* $\sim PE(2, \lambda)$ modelan los tiempos de recambio de componentes en un sistema electrónico; de manera que el tiempo en que se realiza el n -ésimo recambio es $Y_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$.
- Estime el máximo valor de λ para que el tiempo de recambio de la pieza número 144 (esto es, Y_{144}) sea superior a 576 con probabilidad mayor o igual que $\frac{1}{2}$.

Problema 2 (30 puntos)

Los siguientes datos corresponden a mediciones de altura de 12 jóvenes elegidos al azar en un club deportivo.

1	2	3	4	5	6
1.90	1.30	1.60	1.57	1.20	1.67
7	8	9	10	11	12
1.34	1.96	1.40	1.74	1.66	1.37

- a) **(8 puntos)** ¿Los datos pueden suponerse aleatorios? (Realice 2 pruebas de hipótesis.)
- b) **(6 puntos)** ¿Puede suponer que los datos tienen distribución normal? (Realice una sola prueba de hipótesis.)
- c) **(6 puntos)** Asumiendo que la distribución de los datos es normal construya intervalos de confianza al 5% para la media y la varianza de los datos.
- d) **(10 puntos)** Se tiene otra muestra de mediciones de altura que puede suponerse aleatoria e independiente de la anterior (no hay que verificar estos supuestos).

1	2	3	4	5	6
1.90	1.35	1.38	0.91	1.40	1.52
7	8	9	10	11	12
1.62	2.10	1.36	1.82	1.88	1.10

Comparando ambas muestras determine si tienen la misma distribución.

En todas las pruebas utilice el siguiente criterio de decisión: se acepta la hipótesis nula si el p-valor es superior a 0.1.