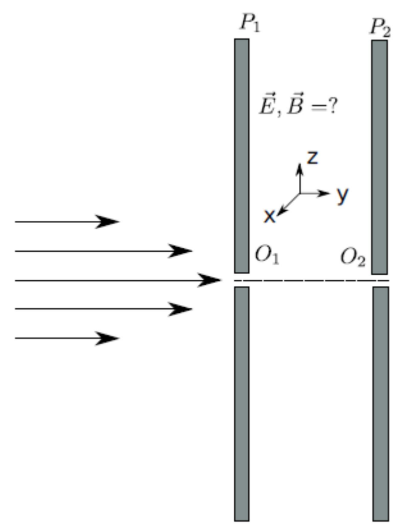
ELECTROMAGNETISMO
PRÁCTICO 6
MAGNETOSTÁTICA

Problema Nº 1

Demostrar que el movimiento más general de una partícula cargada de masa m y carga q que se mueve en un campo magnético uniforme de inducción magnética $\vec{B}_0$ es una hélice. Hallar el radio de la circunferencia de la sección transversal y el paso de la hélice, en función del módulo de la velocidad v y su ánguloαcon la vertical.

Problema Nº 2 – Selector de velocidad

Considere un haz de electrones incidiendo sobre una pantalla P_1. Las velocidades de los electrones del haz son todas paralelas al eje del mismo, pero sus módulos son diferentes. A los efectos de aislar los electrones del haz con una velocidad $\vec{v}_0$ dada, se perfora un orificio O_1 en la pantalla P_1, y se establecen campos uniformes ortogonales $\vec{B}$ y $\vec{E}$ en la región entre las pantallas P_1y P_2 (ver figura). Halle la relación que debe cumplirse entre los campos $\vec{B}$, $\vec{E}$ y la velocidad $\vec{v}_0$ para obtener un haz mono-energético a la salida del orificio O_2. Deberá indicar tanto la orientación de los campos como la relación de sus módulos.



Problema Nº 3

a) Una barra metálica de largo L se mueve con una velocidad constante v (perpendicular al eje de la barra) en una región donde se estableció un campo magnético uniforme normal al plano de movimiento. Determine la diferencia de potencial que se establece en los extremo de la barra.

b) Un disco conductor de espesor despreciable y radio Rgira con velocidad angular $\vec{\omega}$ entorno a su eje de simetría. El disco se encuentra en presencia de un campo magnético uniforme $\vec{B}$ colineal con $\vec{\omega}$. Determine la diferencia de potencial que se establece entre el centro y la periferia del disco.

Problema Nº 4 – Efecto Hall

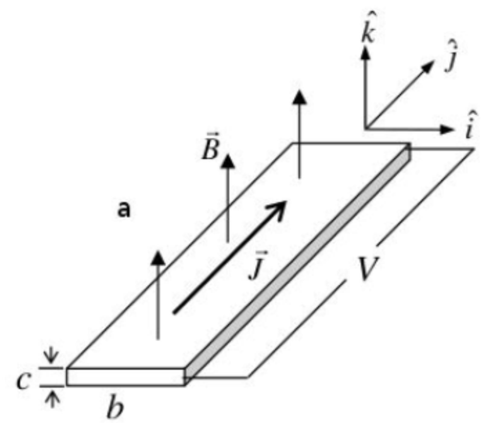
Se considera un prisma rectangular de material conductor y dimensiones a, b y c, como se muestra en la figura.Sea$n$ su densidad de portadores de carga q. Las caras normales a $\hat{j}$ se conectan a una batería V y se establece una densidad de corriente volumétrica $\vec{J}$(corriente por unidad de área) uniforme entre ellas. El prisma se coloca en un campo magnético$\vec{B} = B\hat{k}$.

a) Determine la diferencia de potencial V_{Hall} que aparece entre las caras del prisma que son normales a la dirección del versor $\hat{\imath}$.

b) Se define la constante de Hall como $R_{Hall} = E_{Hall}/JB$, donde E_{Hall} es el campo eléctrico en el conductor en la dirección $\hat{\imath}$. Exprese esta constante en términos de las magnitudes V_{Hall}, I, B y las dimensiones del prisma.

c) Exprese R_{Hall} en términos de la densidad y la carga de los portadores en el conductor.

Nota: el efecto Hall permite la determinación precisa de campos magnéticos midiendo la corriente I, si la constante del material (densidad de portadores) es conocida. Estos sensores se conocen como puntas Hall.



Problema Nº 5

Considere una cinta plana de ancho w y largo $L \gg w$ (de modo que pueda considerarse infinita) que transporta una corriente I a lo largo de ella, con densidad superficial $\vec{J}$ (corriente por unidad de longitud) homogénea.

a) Halle el campo magnético en el plano de la cinta.

b) Halle el campo magnético en el plano perpendicular a la cinta por su línea media.

c) La cinta se encuentra en posición horizontal y con su eje alineado con el campo magnético terrestre (dirección Norte-Sur). Sobre la línea media de la cinta, a una altura h de la misma, se coloca horizontalmente una brújula, y se observa que apunta en la dirección NE. Determine la componente tangencial del campo magnético terrestre en términos de los datos. Evalúe para $w = 10\ cm, h = 5\ cm$ e $I = 1000\ A$.

Problema Nº 6 – Bobinas de Helmholtz

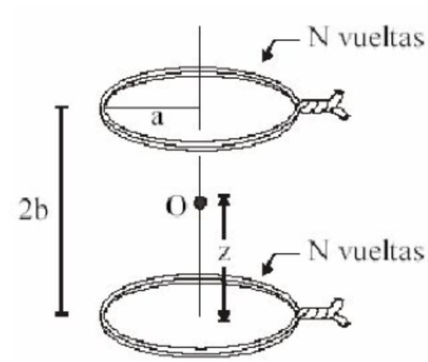
Considere el arreglo de la figura que consiste en dos bobinas circulares iguales, de radio a y N vueltas cada una, colocadas en un eje común separadas una distancia $2b$, como indica la figura.

a) Halle el campo magnético axial en un punto del eje entre las bobinas. Muestre que:

$$\left.\frac{\partial B_z}{\partial z}\right|_{z=b} = 0$$

b) Determine b para que la componente axial del campo en O verifique la condición:

$$\left.\frac{\partial^2 B_z}{\partial z^2}\right|_{z=b} = 0$$



Nota: para este valor de b el campo tendrá una variación pequeña en un entorno de O. En este caso el arreglo es conocido como bobinas de Helmholtz y es usado para producir campos magnéticos localmente uniformes.

Problema Nº 7

a) Considere un alambre conductor cilíndrico de radio a que transporta una densidad de corriente uniforme $\vec{J}$. Determine el campo magnético que produce en todo el espacio.

b) Un conductor cilíndrico de radio a contienen un hueco cilíndrico de radio $b < a$. El eje del hueco es paralelo al eje del conductor y dista del mismo una distancia d con $b < d < a - b$. El conductor lleva una densidad de corriente uniforme $\vec{J}$. Determine la inducción magnética $\vec{B}$ en el hueco sobre la línea que une los ejes.

Sugerencia: Utilice la superposición de dos densidades de corriente adecuadas.

Problema Nº 8

Un solenoide toroidal está enrollado uniformemente con N vueltas por las que circula una corriente I. Los radios interior y exterior del toro son a y b respectivamente ($a < b$) y su sección es circular.

a) Halle la inducción magnética en el interior del toro, entre a y b.

b) Halle la relación b/a para que este campo no varíe más de un 25% en el interior del solenoide, entre a y b.

Problema Nº 9

Para un medio homogéneo, isotrópico, no magnético (sus propiedades magnéticas son las mismas que en el vacío), de conductividad$g$, en el que solamente circulan corrientes estacionarias y no hay fuentes de fuerza electromotriz, muestre que la inducción magnética $\vec{B}$ satisface la ecuación vectorial de Laplace:

$$\nabla^2 \vec{B} = 0$$

Sugerencia: utilice la identidad: $\nabla^2 \vec{B} = \nabla(\nabla \cdot \vec{B}) - \nabla \times (\nabla \times \vec{B})$.

Problema Nº 10

Considere una superficie esférica conductora de radio R con densidad superficial de carga uniforme σ. La superficie cargada se encuentra en rotación en torno a un diámetro con velocidad angular $\vec{\omega}$ constante.

a) Determine el momento magnético $\vec{m}$ de la esfera.

Sugerencia: Integre las contribuciones de momentos elementales (debido a espiras de ancho diferencial), luego de expresar la carga en rotación como una densidad superficial de corriente $\vec{J}$.

b) Muestre que el campo magnético generado por esta distribución de carga en rotación es uniforme dentro de la esfera y dipolar fuera de ella.

Sugerencia: Observe que hay un potencial escalar magnético para cada región. Use las condiciones de frontera sobre el campo magnético para determinarlos completamente.

RESULTADOS

P1) Si el campo de inducción magnética apunta en la dirección del eje z y la velocidad de la partícula al ingresar en la región del campo es $\vec{v}$, tal que forma un ángulo α con el eje z, entonces el radio de la hélice y el paso son:

$$R = \frac{mv\ sen\alpha}{qB_0},\ \ p = \frac{2\pi mv\ cos\alpha}{qB_0}$$

P2) Se debe verificar $\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}$, entonces los módulos satisfacen $E = v_0 B$. Hay varias posibilidades para las direcciones: por ejemplo $\vec{v} = v_0\hat{\jmath}$, $\vec{E} = -v_0 B\hat{\imath}$ y $\vec{B} = B\hat{k}$. También vale $\vec{E} = v_0 B\hat{k}$ y $\vec{B} = B\hat{\imath}$.

P3) a) $V = vBL$, b) $V = \omega R^2 B/2$

P4) a) $V_{Hall} = IB/(nqc)$, b) $R_{Hall} = V_{Hall}c/(IB)$, c) $R_{Hall} = 1/nq$

P5) a)

$$\vec{B}(x) = \begin{cases} \dfrac{\mu_0 j}{2\pi} ln\left(\dfrac{w/2 - x}{w/2\ + x}\right)\hat{z}, & |x| < w/2 \\ \dfrac{\mu_0 j}{2\pi} ln\left(\dfrac{x - w/2}{w/2\ + x}\right)\hat{z}, & |x| > w/2 \end{cases}$$

Donde x es una recta contenida en el plano de la cinta y z perpendicular a ella, además el origen está a la mitad de la cinta.

b) $\vec{B}(x) = \frac{\mu_0 j}{\pi}\arctan(w/2z)$

P6) a) $\vec{B}(z) = \frac{N\mu_0 I a^2}{2}\left(\frac{1}{(a^2+(2b-z)^2)^{3/2}} + \frac{1}{(a^2+z^2)^{3/2}}\right)\hat{k}$, b) $b = a/2$

P7) a) $\vec{B} = \frac{\mu_0 J a^2}{2r}\hat{e}_\varphi$ si $r \geq a$ y $\vec{B} = \frac{\mu_0 J r}{2}\hat{e}_\varphi$ si $r < a$.

b) $\vec{B} = \frac{\mu_0 J d}{2}\hat{e}_\varphi$. Nota: este último resultado vale para todos los puntos dentro de la cavidad.

P8) a) $\vec{B} = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}\hat{e}_\varphi$, b) $0.75 < a/b < 1$.

P10) a) $\vec{m} = \frac{4}{3}\pi R^4 \sigma\omega\hat{k}$, siendo $\hat{k}$ paralelo a $\vec{\omega}$.

b) $\vec{B}_I(r) = \frac{2\mu_0\sigma\omega R}{3}\hat{k}$, $\vec{B}_{II}(r) = \frac{\mu_0\sigma\omega\ ^4}{3r^3}(2cos\theta\hat{e}_r + sen\theta\hat{e}_\theta)$

Siendo I la región interior ($r < R$) y II la región exterior ($r > R$)