# ELECTROMAGNETISMO
# PRÁCTICO 4
# ELECTROSTÁTICA IV
# FUERZAS Y MOMENTOS ELECTROSTÁTICOS.

**Problema Nº 1**

Se tiene un condensador de placas planas paralelas, rectangulares de lados $a$ y $b$, separadas una distancia $d$. Considere despreciables los efectos de borde.

a) Hallar la fuerza que ejerce una placa sobre la otra por integración directa.

b) Hallar la energía almacenada y deducir a partir de ella dicha fuerza en los siguientes casos:

*i.* las placas se mantienen a una diferencia de potencial constante $V_0$.

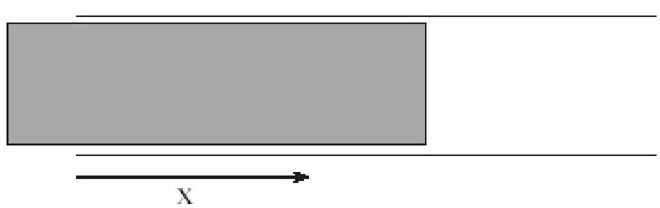
*ii.* luego de haber sido sometidas a una diferencia de potencial $V_0$ se aislan.

*iii*. ¿Cuál es la diferencia entre los dos casos anteriores?

c) Ahora se introduce parcialmente un trozo de dieléctrico prismático, de permitividad $\varepsilon$ y lados $d, a$ y $b$, como indica la figura, y el resto se deja vacío. Se mantienen las placas a una diferencia de potencial constante $V_0$.

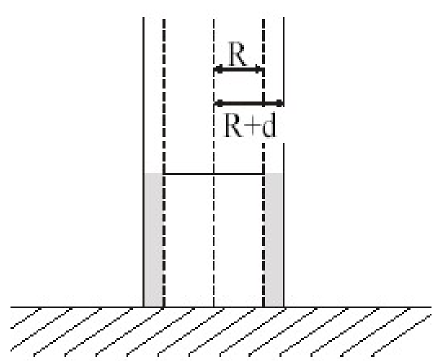
*i.* Hallar el campo eléctrico en el dieléctrico, en la región vacía entre las placas, y las densidades de carga libre, de polarización y total en las placas.

*ii.* Hallar la fuerza que se ejerce sobre el dieléctrico.




**Problema Nº 2**

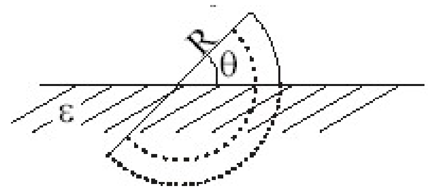
Dos cilindros conductores coaxiales, tales que el espacio abierto entre ellos tiene radio interno $R$ y externo $R + d$, de largo $L$, están dispuestos verticalmente, de forma que su base queda exactamente sobre la superficie de un dieléctrico líquido de permitividad $\varepsilon = K\varepsilon_0$ y densidad volumétrica de masa $\rho$. Encima del dieléctrico hay vacío. Si se somete los conductores a una diferencia de potencial $V_0$, hallar hasta que altura $h$ sube el dieléctrico entre los cilindros.




Nota: Suponer que el líquido no se desborda por la parte superior de los cilindros y que $d \ll R$ en el cálculo del peso del líquido.

**Problema Nº 3**

Dos semicilindros coaxiales conductores de radios $R_1$ y $R_2$, y longitud $L$, rígidamente unidos, pueden girar en torno a su eje situado en la superficie de un líquido de permitividad $\varepsilon = K\varepsilon_0$. La región por encima del dieléctrico tiene permitividad $\varepsilon_0$. Se aplica una diferencia de potencial $V_0$ entre los cilindros. Hallar el momento de las fuerzas que se ejercen sobre los cilindros, cuando estos están girando un ángulo $\theta$ respecto a la posición en que los cilindros se encuentran completamente sumergidos.




Sugerencia: Suponer campos radiales.

**Problema Nº 4**

Una esfera conductora maciza de radio $a$ se encuentra rodeada por un cascarón esférico conductor de radio $b$. El cascarón externo está conectado a tierra y el potencial de la esfera se mantiene por medio de una batería en un valor constante $V_0$.

a) Calcular la densidad de carga y la carga total sobre la esfera.

b) Considere un proceso ideal en que el radio del cascarón, por efecto de las fuerzas internas de origen eléctrico, se contrae a un valor $b$' mayor que $a$. Durante ese proceso se mantiene constante el valor del potencial eléctrico de ambos conductores. Calcular el trabajo realizado por las fuerzas internas.

**Problema Nº 5**

Considere dos cilindros coaxiales conductores de altura $L$ y de radios $R$ y $R + d$ respectivamente. Sus bases están apoyadas sobre la superficie de un dieléctrico líquido de permitividad $\varepsilon = (\varepsilon_1 - \varepsilon_0)(1 - z/h) + \varepsilon_0$, siendo $\varepsilon_{0,1}$ constantes, $h$ la altura a la cual sube el líquido cuando se aplica una diferencia de potencial $V_0$ a los cilindros, y $z$ la posición de un elemento de fluído medida desde la base de los cilindros, como se muestra en la figura. El líquido tiene densidad volumétrica de masa $\rho$.

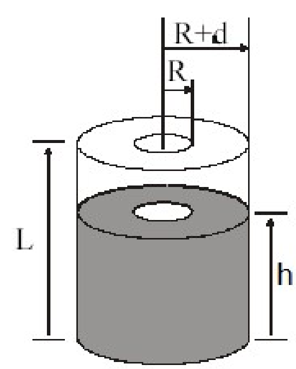
a) Verificar que se cumple la ecuación de Laplace en la región del dieléctrico.

b) Hallar el campo eléctrico $\vec{E}$ en la región entre los cilindros. Despreciar los efectos de borde.

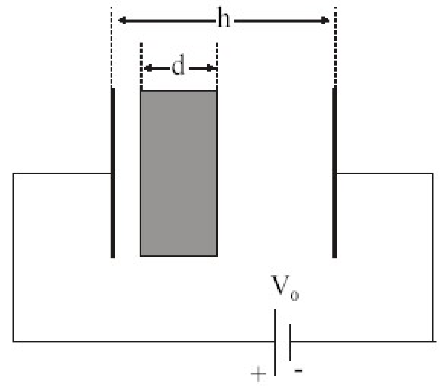
c) Hallar la densidad superficial de carga libre ($\sigma_{libre}$) sobre el cilindro interior, en función de $h$.

d) Hallar la capacidad $C$ en función de $h$.

e) Calcular $h$ para que el sistema esté en equilibrio; suponer $d \ll R$ para calcular el peso del líquido.



**Problema Nº 6**




Considere dos placas conductoras paralelas (de área $A$) separadas una cierta distancia $h$, sometidas a una diferencia de potencial $V_0$. Entre las placas hay un material de espesor $d$ que posee una polarización permanente $\vec{P}$ (uniforme horizontal y perpendicular a las placas) independiente del campo eléctrico existente en esa región.

a) Halle el campo eléctrico $\vec{E}$ en todo punto de la región entre las placas y la carga $Q$ en las placas (en valor absoluto).

Suponga ahora que se desconecta la batería $V_0$, y el sistema (placas y material con polarización permanente) permanece aislado.

b) Calcule la fuerza ejercida por una placa sobre la otra, utilizando argumentos energéticos. Si se saca el material con polarización permanente ¿cuánto valdría la fuerza ejercida por una placa sobre la otra?

Nota: Desprecie los efectos de borde.

# RESULTADOS

**P1) a)** $\vec{F} = -\frac{Q^2}{2ab\varepsilon_0}\hat{\jmath}$ **b) i)** $\vec{F} = -\frac{1}{2}\frac{ab\varepsilon_0 V_0^2}{d^2}\hat{\jmath}$ **ii)** $\vec{F} = -\frac{Q^2}{2ab\varepsilon_0}\hat{\jmath}$ $(Q = CV_0)$

**c)i)** $\vec{E} = -\frac{V_0}{d}\hat{\jmath}$ ($\hat{\jmath}$ versor normal a las placas).

$$\sigma^1_{L,vacio} = \frac{\varepsilon_0 V_0}{d}, \quad \sigma^2_{L,vacio} = -\frac{\varepsilon_0 V_0}{d}, \quad \sigma^1_{p,vacio} = \sigma^2_{p,vacio} = 0$$

$$\sigma^1_{L,diel} = \frac{\varepsilon V_0}{d}, \quad \sigma^2_{L,diel} = -\frac{\varepsilon V_0}{d}, \quad \sigma^1_{p,diel} = \frac{(\varepsilon_0 - \varepsilon)V_0}{d}, \quad \sigma^2_{p,diel} = \frac{(\varepsilon - \varepsilon_0)V_0}{d}$$

Nota: 1 es la placa con $V = V_0$, 2 es la placa con $V = 0$.

**c) ii)** $\vec{F} = \frac{V_0^2 b}{2d}(\varepsilon - \varepsilon_0)\hat{\imath}$ ($\hat{\imath}$ es el versor según el eje Ox).

**P2)** $h = \frac{V_0^2(\varepsilon - \varepsilon_0)}{2d^2\rho g}$

**P3)** $\vec{\tau} = -\frac{(\varepsilon - \varepsilon_0)V_0^2 L}{2\ln(R_2/R_1)}\hat{k}$

**P4) a)** $\sigma = \varepsilon_0 \frac{b}{a(b-a)} V_0, \quad Q = 4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{(b-a)} V_0$ **b)** $W_E = 2\pi\varepsilon_0 a^2 \frac{b - b'}{(b'-a)(b-a)} V_0^2$

**P6) a)** $\vec{E}_{vacio} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{\imath}, \quad \vec{E}_{diel} = \frac{(\sigma - P)}{\varepsilon_0}\hat{\imath}, \quad Q = \frac{(\varepsilon_0 V_0 + Pd)A}{h}$ $(\sigma = \frac{Q}{A})$

**b)** $\vec{F} = \frac{(\varepsilon_0 V_0 + Pd)^2 A}{2\varepsilon_0 h^2}\hat{\imath}$ ($\hat{\imath}$ versor normal a las placas).