


## Ideas para los cálculos de potencia de la Práctica 1

Una función periódica se puede descomponer en una serie de Fourier.

La serie de Fourier se puede escribir en forma equivalente de diferentes maneras:

- Como suma de senos y cosenos
- Como suma de sólo senos (o cosenos) con fase
- Como suma de exponenciales complejas

Serie de Fourier

$$f(x) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(k\omega_0 x) + b_k \sin(k\omega_0 x)$$
$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{2\pi}{x_0} \quad \text{frec. ang. fundamental}$$
$$f(x) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} f_k(x) \quad \leftarrow \text{armónico de } f$$

$$\int_0^{x_0} f(x) \cos(m\omega_0 x) dx =$$
$$\int_0^{x_0} a_0 \cos(m\omega_0 x) dx + \int_0^{x_0} \sum a_k \cos(k\omega_0 x) \cos(m\omega_0 x) dx$$
$$+ \int_0^{x_0} \sum b_k \sin(k\omega_0 x) \cos(m\omega_0 x) dx$$
$$= \begin{cases} a_0 x_0 & \text{si } m=0 \\ \frac{a_k x_0}{2} & \text{si } m \neq 0 \end{cases} \Rightarrow a_0 = \frac{1}{x_0} \int_0^{x_0} f(x) dx$$
$$\Rightarrow a = \frac{2}{x_0} \int_0^{x_0} f(x) \cos(k\omega_0 x) dx$$

Os termos multiplicados por  $\sin(m\omega_0 x)$

$$a_0 = \frac{1}{x_0} \int_0^{x_0} f(x) dx$$

$$a_k = \frac{2}{x_0} \int_0^{x_0} f(x) \cos(k\omega_0 x) dx$$

$$b_k = \frac{2}{x_0} \int_0^{x_0} f(x) \sin(k\omega_0 x) dx$$

Forma 'com fase'

$$r \cos(A + \phi) = p \cos(A) + q \sin(A)$$

$$\cos(A + \phi) = \frac{p}{r} \cos(A) + \frac{q}{r} \sin(A)$$

$$\cos(A + \phi) = \cos \phi \cos(A) - \sin \phi \sin(A)$$

$$\frac{p}{r} = \cos \phi \quad \frac{q}{r} = -\sin \phi \quad \operatorname{tg} \phi = -\frac{q}{p}$$

$$\cos^2 \phi + \sin^2 \phi = \frac{p^2}{r^2} + \frac{q^2}{r^2} = 1$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{p^2 + q^2} \quad \phi = \operatorname{arctg} \left( -\frac{q}{p} \right)$$

$$f(x) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega_0 x + \phi_k)$$

$$A_0 = a_0 \quad A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \quad \phi_k = \operatorname{arctg} \left( -\frac{b_k}{a_k} \right)$$

Forma compleja

$$\cos(x) = \frac{1}{2} (e^{jx} + e^{-jx})$$

$$\sin(x) = \frac{1}{2j} (e^{jx} - e^{-jx})$$

$$\begin{aligned} f_k(x) &= a_k \cos(k\omega_0 x) + b_k \sin(k\omega_0 x) \\ &= \frac{a_k}{2} (e^{jk\omega_0 x} + e^{-jk\omega_0 x}) + \frac{b_k}{2j} (e^{jk\omega_0 x} - e^{-jk\omega_0 x}) \\ &= \underbrace{\frac{(a_k - jb_k)}{2}}_{C_k} e^{jk\omega_0 x} + \underbrace{\frac{(a_k + jb_k)}{2}}_{C_{-k}} e^{-jk\omega_0 x} \quad k > 0 \end{aligned}$$

$$f(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_k e^{jk\omega_0 x} \quad C_0 = a_0$$

$$C_{-k} = C_k^*$$

los términos en  $k$  positivos  
y negativos son complejos  
conjugados  $\Rightarrow$  reconstruimos  
señal real

$$C_k = \frac{1}{x_0} \int_0^{x_0} f(x) e^{-jk\omega_0 x} dx$$

En resumen:

$$f(x) = a_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} [a_k \cos(k\omega_0 x) + b_k \sin(k\omega_0 x)] \quad \text{I}$$

$$= A_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} A_k \cos(k\omega_0 x + \phi_k) \quad \text{II}$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_k e^{jk\omega_0 x} \quad \text{III}$$

$$A_0 = a_0 \quad A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \quad \phi_k = \text{atan}\left(-\frac{b_k}{a_k}\right)$$

$$\left. \begin{aligned} C_k &= \frac{a_k - jb_k}{2} \\ C_{-k} &= \frac{a_k + jb_k}{2} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{con } k > 0 \\ &C_0 = a_0 \end{aligned}$$

En la norma están expresadas las funciones de voltaje y tensión como:

$$v = v_1 + v_H \text{ and } i = i_1 + i_H$$

$$v_1 = \sqrt{2}V_1 \sin(\omega t - \alpha_1)$$

$$i_1 = \sqrt{2}I_1 \sin(\omega t - \beta_1)$$

$$v_H = V_0 + \sqrt{2} \sum_{h \neq 1} V_h \sin(h\omega t - \alpha_h)$$

$$i_H = I_0 + \sqrt{2} \sum_{h \neq 1} I_h \sin(h\omega t - \beta_h)$$

Están expresadas en la forma II de suma de sinusoides con fase donde por ejemplo en el voltaje los  $A_k$  serían:

$$A_0 = V_0, \quad A_k = \sqrt{2}V_k \text{ para } k \geq 1$$

Los  $V_k$  son los valores RMS de cada uno de los armónicos de la señal v.

O sea, si se hallan los coeficientes de la serie se tienen los valores los necesarios para obtener todos los valores de distorsión armónica y de potencia.

En nuestro caso tenemos N muestras de la señal periódica durante un número entero de períodos. Podemos hallar los coeficientes a través de la DFT o su versión rápida la FFT.

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cdot e^{-\frac{i2\pi}{N}kn}$$

Como nuestras N muestras son reales, la transformada es un array de N complejos con dos mitades “espejadas” donde las elementos simétricos tienen mismo módulo y argumento opuesto (son complejos conjugados).

Se pueden obtener los  $C_k$  a partir de los  $X_k$  como:  $C_k = \frac{X_k}{N}$  para los k correspondientes a la fundamental y sus múltiplos. Teniendo los  $C_k$  se pueden obtener las amplitudes  $A_k$  y fases  $\phi_k$  necesarias para todas las cuentas.

En la función de cálculo de THD se usa esto. De forma similar se puede hacer para la función de cálculo de los valores de la norma.