Problema 9 (LB Cap. 4 Ej. 87) PP

Los automóviles pueden tomar las curvas de una carretera con una rapidez mucho mayor si la carretera está inclinada o *peraltada* y no horizontal (Fig.7).

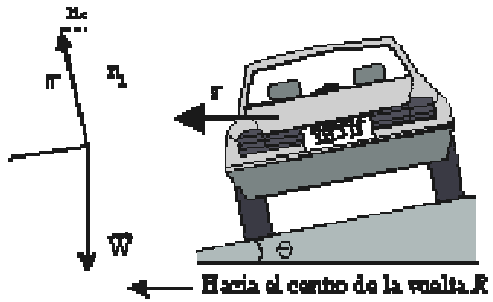


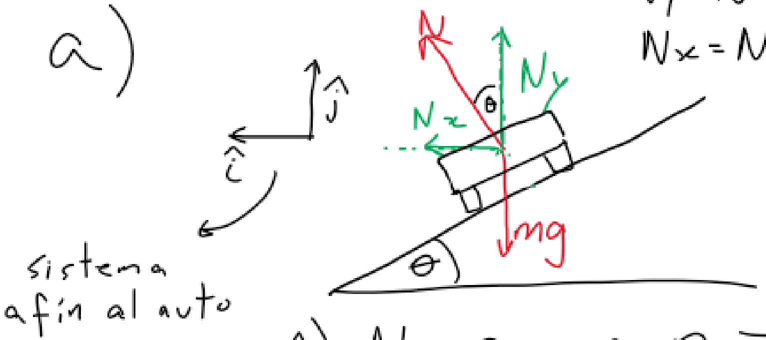
Figura 7

- **a)** Una carretera da vuelta en un círculo de radio R = 1.0 km, y tiene θ = 5.0º de ángulo de peralte. ¿Qué rapidez v_1 debe tener el vehículo para que no haya rozamiento, perpendicular al movimiento, entre los neumáticos y pavimento?
- **b)** Si el coeficiente de rozamiento estático entre los neumáticos y pavimento es μ_s = 0.40, ¿cuál es la rapidez máxima, $v_{máx}$, con la que el automóvil puede correr en la curva? ¿Cómo se compara con la rapidez máxima en una carretera horizontal?
- **c)** ¿Qué sucede si la rapidez del automóvil es menor que v_1? ¿Bajo qué condiciones hay una rapidez mínima con la que debe circular por la curva?

a)

$N_y = N\cos\theta$

$N_x = N\operatorname{sen}\theta$



$\hat{j})\ N\cos\theta - mg = 0 \longrightarrow N = \dfrac{mg}{\cos\theta}$

$\hat{i})\ N\operatorname{sen}\theta = m \cdot a_c$

$$a_c = \frac{V^2}{R}$$

incógnitas: $\{N, a_c, V\}$

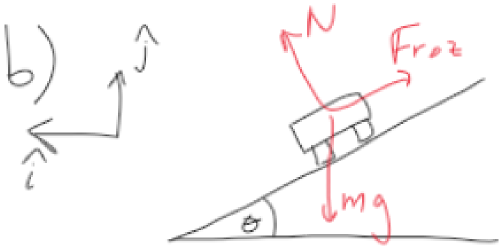
$$\frac{\cancel{m}g}{\cos\theta} \cdot \operatorname{sen}\theta = \cancel{m} \cdot \frac{v^2}{R}$$

$$g \tan\theta = \frac{v^2}{R}$$

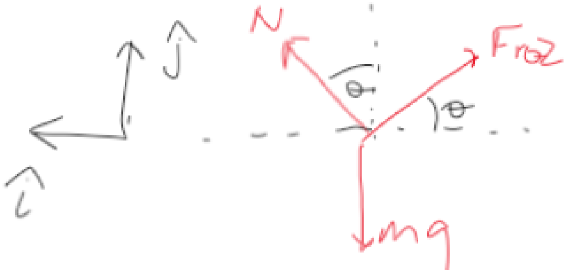
$$R \cdot g \tan\theta = v^2 \longrightarrow v_1 = \sqrt{Rg\tan\theta} = 29{,}3\,m/s$$

$$\boxed{V_1 = 105{,}4\,\frac{km}{h}}$$

b)



$$|F_{roz}| \le \mu_s . N \longrightarrow \underbrace{-\mu_s . N \le F_{roz}}_{(I)} \overbrace{\le \mu_s N}^{(II)}$$



$\hat{i})\ N \operatorname{sen}\theta - F_{roz} \cos\theta = m \cdot \dfrac{v^2}{R}$ (1) $(\operatorname{sen}\theta)$

$\hat{j})\ N . \cos\theta + F_{roz} . \operatorname{sen}\theta = mg$ (2) $(\cos\theta)$

$$N\,\mathrm{sen}^2\theta - \cancel{F_{rez}\,\mathrm{sen}\theta\cos\theta} = m\frac{v^2}{R}\mathrm{sen}\,\theta$$

$$N\cos^2\theta + \cancel{F_{rez}\,\mathrm{sen}\theta\cos\theta} = mg\cos\theta$$

$$N\underbrace{(\mathrm{sen}^2\theta+\cos^2\theta)}_{=1} = m\left(\frac{v^2}{R}\mathrm{sen}\,\theta + g\cos\theta\right)$$

$$(\mathrm{sen}^2\theta+\cos^2\theta=1)$$

$$\boxed{N = m\left(\frac{v^2}{R}\mathrm{sen}\,\theta + g\cos\theta\right)} \quad 3$$

$$② \text{ y } ③ \quad \left(\frac{mv^2}{R}\,\text{sen}\,\theta + mg\cos\theta\right)\cos\theta + F_{roz}.\,\text{sen}\,\theta = mg$$

$$F_{roz}.\,\text{sen}\,\theta = mg - \frac{mv^2}{R}\,\text{sen}\,\theta\cos\theta - mg\cos^2\theta$$

$$F_{roz} = mg\left(\frac{\overbrace{1-\cos^2\theta}^{\text{sen}^2\theta}}{\text{sen}\,\theta}\right) - \frac{mv^2}{R}\cos\theta$$

$$\boxed{F_{roz} = mg\,\text{sen}\,\theta - \frac{mv^2}{R}\cos\theta}$$

(I) $$-\mu_s \cancel{m}\left(\frac{v^2}{R}\operatorname{sen}\theta + g\cos\theta\right) \leq \cancel{m}g\operatorname{sen}\theta - \frac{\cancel{m}v^2}{R}\cos\theta$$

$$-g\operatorname{sen}\theta - \mu_s g\cos\theta \leq -\frac{V^2}{R}\cos\theta + \mu_s\frac{V^2}{R}\operatorname{sen}\theta$$

$$-g\operatorname{sen}\theta - \mu_s g\cos\theta \leq \frac{V^2}{R}\left(\mu_s\operatorname{sen}\theta - \cos\theta\right)$$

$$\frac{-Rg\ \operatorname{sen}\theta + \mu_s\ \cos\theta}{\mu_s\operatorname{sen}\theta - \cos\theta} \geq V^2$$

$$V \leq \sqrt{\frac{Rg(\operatorname{sen}\theta + \mu_s\cos\theta)}{\cos\theta - \mu_s\operatorname{sen}\theta}} = 70{,}36\ m/s$$

b) $\boxed{V_{máx} = 253\ km/h}$ horizontal: $\theta = 0$ $V = \sqrt{Rg\mu_s} = 62{,}6\ m/s$

$V = 225\ km/h$

c) $\boxed{\mathrm{II}}$ $\cancel{m}g\,\mathrm{sen}\,\theta - \frac{\cancel{m}v^2}{R}\cos\theta \leq \mu_s \cancel{m}\left(\frac{v^2}{R}\mathrm{sen}\,\theta + g\cos\theta\right)$

$$g\,\mathrm{sen}\,\theta - \mu_s g\cos\theta \leq \frac{v^2}{R}\mu_s\,\mathrm{sen}\,\theta + \frac{v^2}{R}\cos\theta$$

$$Rg\left(\mathrm{sen}\,\theta - \mu_s\cos\theta\right) \leq v^2\left(\mu_s\,\mathrm{sen}\,\theta + \cos\theta\right)$$

$$\frac{Rg\left(\mathrm{sen}\,\theta - \mu_s\cos\theta\right)}{\mu_s\,\mathrm{sen}\,\theta + \cos\theta} \leq v^2$$

$$\frac{\cancel{Rg}\,(\operatorname{sen}\theta - \mu_s \cos\theta)}{\cancel{\mu_s \operatorname{sen}\theta + \cos\theta}} \geq 0$$

$$\operatorname{sen}\theta - \mu_s \cos\theta \geq 0$$

$$\operatorname{sen}\theta \geq \mu_s \cos\theta$$

$$\frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta} \geq \mu_s$$

$$\tan\theta \geq \mu_s$$

$$\theta \geq \operatorname{Arctan}(\mu_s) = 21{,}8^\circ$$