Universidad de la República
Facultad de Ingeniería
Instituto de Matemática y Estadística

Matemática Discreta 1

Segundo semestre 2024

Primer parcial - 24 de setiembre de 2024 - Versión 3

N° de parcial	Cédula	Nombre y apellido	Salón

LEA CON ATENCIÓN ANTES DE COMENZAR

- La duración del parcial es de 3 horas.
- No está permitido salir del salón durante la primer hora de duración del parcial.
- El número de parcial es el número de lista, no puede hacer el parcial si no se encuentra en la lista de inscriptos.
- El parcial es individual, cualquier copia será denunciada en el Consejo de Facultad.
- No se permite utilizar calculadora ni material de consulta.
- Lea bien la letra de cada ejercicio antes de comenzar (en especial las partes marcadas con negrita).
- En cada ejercicio de múltiple opción hay una sola opción correcta.
- Debe completar esta hoja con todos los datos personales y la tabla de abajo con sus respuestas.
- Recuerde completar también la hoja de escáner con todos los datos personales y con las respuestas correctas.
- Verifique que sus respuestas en esta hoja sean consistentes con sus respuestas en la hoja de escáner.

TABLA PARA COMPLETAR

Verdadero o Falso: rellenar con **V** o **F**				
VF1	VF2	VF3	VF4	VF5

Correcta: 2 puntos. Incorrecta: -1 puntos.
Sin responder: 0 puntos.

Múltiple opción: rellenar con **A**, **B**, **C** o **D**				
MO1	MO2	MO3	MO4	MO5

Correcta: 6 puntos. Incorrecta: -1 puntos.
Sin responder: 0 puntos.

ALGUNAS NOTACIONES:

- $A_m^n = \frac{n!}{(n-m)!}$ denota los arreglos de n tomados de a m.
- $C_m^n = \frac{n!}{(n-m)! \cdot m!}$ denota las combinaciones de n tomadas de a m.
- $S(n, m)$ denota los números de Stirling de segundo tipo.
- $Sob(n, m)$ denota el número de funciones sobreyectivas $f : \{1, 2, \cdots, n\} \to \{1, 2, \cdots, m\}$

Verdadero o Falso

1. Existen $A_3^6 = 120$ subconjuntos $A \subseteq \{1,2,3,4,5,6\}$ de cardinal 3.

2. Hay exactamente 64 listas binarias (o sea, formadas por ceros y unos) de largo 8 que comienzan y terminan en 1. Recuerde que en las listas el orden de los elementos importa.

3. En una comisión de 10 integrantes hay 5 hombres y 5 mujeres. La cantidad de formas de seleccionar un grupo de 6 personas de esa comisión con 2 hombres y 4 mujeres es $C_2^5 + C_4^5 = 15$.

4. Existen exactamente $Sob(7,3)$ palabras de 7 letras que pueden formarse usando las letras A, B y E (donde se puede repetir letras y se usan todas las letras). Recuerde que $Sob(n,k)$ denota el número de funciones sobreyectivas de un conjunto de n elementos a uno de k elementos.

5. Si una progresión geométrica $(a_n)_{n\geq 0}$ de razón 2 (o sea, $a_{n+1} = 2a_n$ para todo $n \geq 0$) verifica $a_0 + a_1 = 12$ entonces $a_{100} = 2^{100}$.

Múltiple Opción

1. Sea a_n igual a la cantidad de listas ternarias de largo n (o sea, formadas por los dígitos 0, 1 y 2) que no contienen dos unos consecutivos. Se sabe que la sucesión (a_n) verifica una recurrencia lineal homogénea con polinomio característico $p(\lambda) = \lambda^2 + a\lambda + b$ con $a, b \in \mathbb{R}$, entonces:

A) $a_3 = 21$ y $a + b = -4$ **B**) $a_3 = 21$ y $a + b = -6$ **C**) $a_3 = 22$ y $a + b = -4$ **D**) $a_3 = 22$ y $a + b = -6$

---

2. La cantidad de funciones $f : \{1, 2, \cdots, 9\} \to \{1, 2, 3, 4, 5\}$ tal que $\#f^{-1}(5) = 4$, donde el conjunto preimagen de y se define por $f^{-1}(y) = \{x : 1 \leq x \leq 9, f(x) = y\}$, viene dado por:

A) 4^5 **B**) $C_5^9 \cdot 4^5$ **C**) $C_5^9 \cdot 5^4$ **D**) $C_5^9 + 5^4$

---

3. Se tienen 30 bizcochos de los cuales 10 son de chocolate y 20 son de crema. Se los quiere repartir entre 3 estudiantes: Laura, Pedro y Martina. ¿De cuántas formas se los puede repartir si a cada uno le debe tocar al menos 2 bizcochos de chocolate y al menos 3 bizcochos de crema?

A) 93 **B**) 306 **C**) 1170 **D**) 5720

---

4. Sea S el conjunto de todos los **enteros positivos pares** con 9 dígitos que pueden formarse permutando los dígitos de 123456789 tales que verifican simultáneamente las siguientes condiciones:

i) Los primeros cuatro dígitos (comenzando desde la izquierda) son $1, 2, 3$ y 4 en algún orden.

ii) Los dígitos impares no pueden permanecer en su posición original.

Entonces la cantidad de elementos de S viene dada por:

A) 28×14 **B**) 32×14 **C**) 2×14 **D**) 3×14

---

5. Considere la sucesión $(a_n)_{n\geq 0}$ con $a_0 = 0, a_1 = 0$ y $a_n = 3n \cdot a_{n-1} - 2n(n-1) \cdot a_{n-2} + n!$ para todo $n \geq 2$. Entonces a_{10} viene dado por: (Sugerencia: utilice el cambio de variable $b_n = \frac{a_n}{n!}$.)

A) $512 \cdot 10!$ **B**) $1013 \cdot 10!$ **C**) $2023 \cdot 10!$ **D**) $3033 \cdot 10!$
