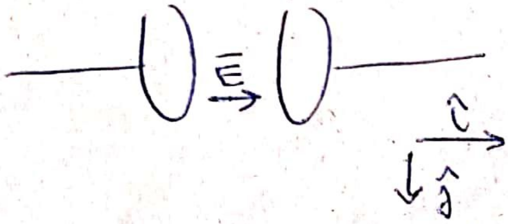
Física 3 Solución Segundo parcial 2021

(3 diciembre 2021)

Problema 1

a) $\frac{d\bar{E}}{dt} = ?$ $\qquad |\bar{E}| = \frac{|\sigma|}{\varepsilon_0}$



el campo eléctrico en un capacitor de placas paralelas ideal es perpendicular a las placas $\rightarrow \bar{E} = \frac{|\sigma|}{\varepsilon_0}\hat{i}$

$$\frac{d\bar{E}}{dt} = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{d\sigma}{dt}\hat{i}$$

recordar que σ es la densidad de carga por unidad de área $\sigma = \frac{Q}{A}$ siendo $A = \pi a^2$

$$\Rightarrow \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{dQ/A}{dt}\hat{i} = \frac{1}{\varepsilon_0 A}\underbrace{\frac{dQ}{dt}}_{I} = \boxed{\frac{I}{\varepsilon_0 \pi a^2}\hat{i}}$$

b) Corriente de desplazamiento: $\phi = \bar{E}\cdot\bar{A} = |\bar{E}||\bar{A}|$ porque son paralelos

$$I_D = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \varepsilon_0 \frac{d|\bar{E}|A}{dt} = \varepsilon_0 r^2\pi \underbrace{\frac{d|\bar{E}|}{dt}}_{(\text{parte a})} = \boxed{\frac{I r^2}{a^2}}$$

c) Ley de Ampere Maxwell.

$$\oint_C \bar{B}\, d\bar{l} = \mu_0(I_D + I_c)$$ entre las placas $I_c = 0$

utilizamos como curva el círculo de radio r, por ende $d\bar{l}$ es un vector tangente a la curva, el campo $\bar{B}$ también lo es. $\bar{B} \parallel d\bar{l}$

$\bar{B}$ solo depende de r por ende es constante en toda la curva.

Si $r<a$

$$\int_C \bar{B}\, d\bar{l} = \mu_0 I_D$$

$$2\pi r B = \mu_0 I_D$$

$$\boxed{\bar{B} = \mu_0 \frac{I}{2\pi a^2} r\, \hat{e}_\theta}$$

Si $r>a$

$$\int_C \bar{B}\, d\bar{l} = \mu_0 I_D$$

$$2\pi r B = \mu_0 I_D \rightarrow$$ en el caso en que $r>a$

$$\boxed{\bar{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{e}_\theta}$$

$$I_D: \frac{d\bar{\Phi}}{dt} = \frac{d}{dt}[E.A]$$

$A \downarrow 2\pi a^2$

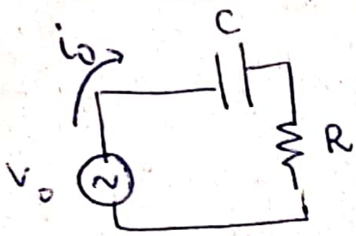
$$\Rightarrow I_D = I$$

d) una vez que el capacitor está totalmente cargado ya no circula corriente y por ende $\boxed{|\bar{B}| = 0}$

Problema 2

Recordar $\hat{V} = \hat{Z}\,\hat{i}$

a)

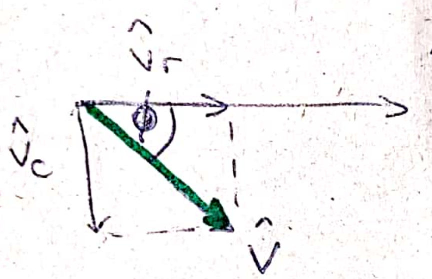


$\hat{V}_R = R\,\hat{i}_o \Rightarrow Arg(\hat{V}_R) = Ar(\hat{i}_o)$

La corriente y el voltaje por la resistencia están en fase

· $\hat{V}_C = \left(-\dfrac{j}{wC}\right)\hat{i}_o$

como al multiplicar complejos los argumentos se suman: $Arg(\hat{V}_C) = \underbrace{-\frac{\pi}{2}}_{arg(-j)} + Arg(\hat{I}_o)$



b)

ϕ es el angulo entre $\hat{V}$ y $\hat{i}_o$ (ver diagrama)

$$\tan\phi = \frac{|V_c|}{|V_R|} = \frac{\frac{1}{wC}i_o}{R\,i_o} = \frac{1}{\omega RC} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega R\tan(\phi)}$$

recordar $\omega = 2\pi f$ y $|\phi| = |53°$ $\left[C = 21{,}8\,\mu F\right]$

c) Al estar las componentes en serie la impedancia equivalente es la suma de las impedancias

$$\hat{Z}_{RC} = R - \frac{j}{wC} = 110\,\Omega - j\,(6{,}85\times10^{-3}\,\Omega)$$

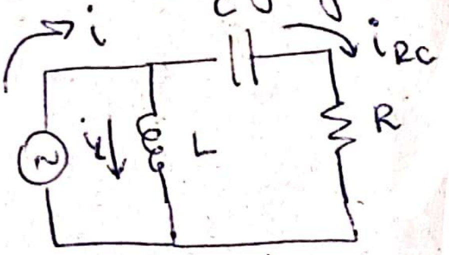
d) $\hat{V} = \hat{Z}_{RC}\,\hat{i}_o \Rightarrow |\hat{V}| = |\hat{Z}_{RC}|\,|\hat{i}_o| \Rightarrow |\hat{i}_o| = \dfrac{|\hat{V}|}{|\hat{Z}_{RC}|}$

$$|Z_{RC}| = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{wC}\right)^2}$$

Para calcular i_0^{RMS} recordamos que

$$\left[i^{RMS} = \frac{|i|}{\sqrt{2}} = 0,85\ A \right]$$

e) Ahora se agrega una inductancia

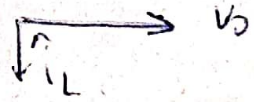


$i_{RC} = \frac{\hat{V}_0}{Z_{RC}}$ por que esa malla sigue igual

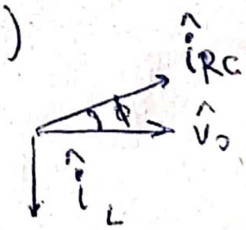
Se conecta en paralelo por ende tienen el mismo voltaje

$$\hat{V}_0 = \hat{V}_L = \bar{V}_{RC}$$

- $\hat{V}_L = j\omega L\, \hat{i}_L = \hat{v}_0 \qquad Arg(\hat{v}_0) = \frac{\pi}{2} + Arg(I_L)$

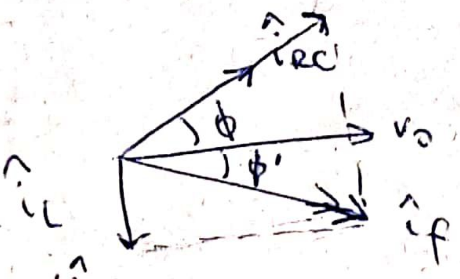


- $\hat{V}_{RC} = \hat{Z}_{RC}\,\hat{i}_0 = Arg(\hat{v}_0) = \underbrace{Arg(\hat{Z}_{RC})}_{-|\phi|} + Arg(\hat{i}_0)$



Por ley de nodos

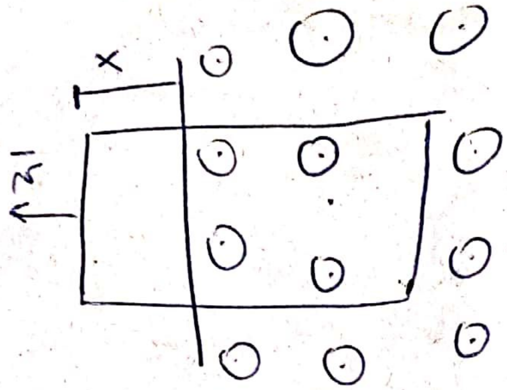
$$\hat{i}_L + \hat{i}_{RC} = \hat{i}_f$$



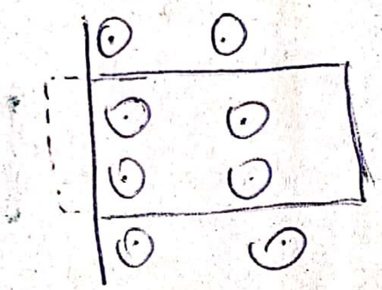
$$\begin{cases} |\hat{i}_{RC}|\,\text{sen}\,\phi = |\hat{i}_f|\,\text{sen}\,\phi' + |\hat{i}_L| \\ |i_0|\cos\phi = |\hat{i}_f|\cos\phi' \end{cases}$$

además $|i_L| = \frac{|V_0|}{2\pi f L}$ $\Rightarrow \left[L = \frac{V_0}{\sqrt{2}(2\pi f)\, i_0^{RMS}\,(\text{sen}\,\phi - \cos\phi\,\tan\phi')} = 1,33H \right]$

Problema 3



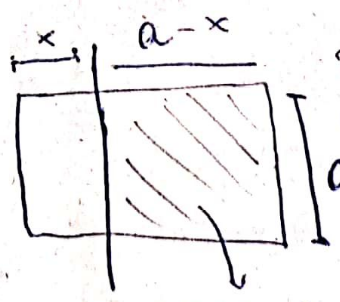
Mientras la espira atraviesa la interfaz es cuando el flujo comienza a cambiar



si definimos el normal al área de la espira en la misma dirección que el campo magnético (lo cual implica un sentido antihorario positivo sobre la espira)

sabiendo que

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$



siendo

$$\Phi_B = B\,a(a-x)$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d[B\,a\,(a-x)]}{dt}$$

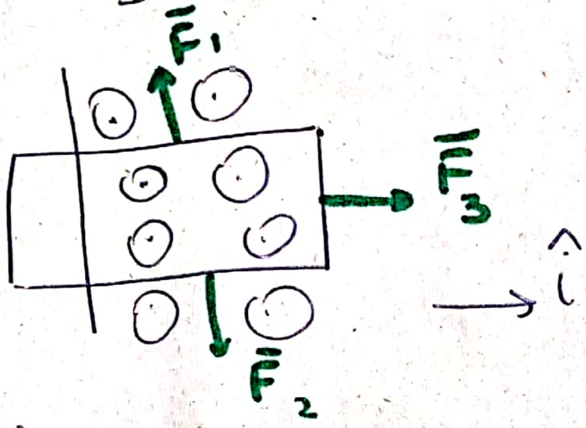
$$\mathcal{E} = B\,a\,\bar{v}$$

teniendo la espira una resistencia R $\mathcal{E} = iR$

$$\Rightarrow \left[I = \frac{B\,a\,\bar{v}}{R} \right]$$

Escaneado con CamScanner

b) Las fuerzas sobre la espira son producto de considerar corrientes en presencia de un campo magnetico $\bar{F} = \bar{I} \times \bar{B}$



$\bar{F}_1$ y $\bar{F}_2$ se cancelan

$$\bar{F}_3 = \frac{B^2 v a^2}{R}\hat{i} = -\bar{F}_{ext} \Rightarrow \left[P = \bar{F}_{ext} \cdot \bar{v} = \frac{B^2 v^2 a^2}{R}\right]$$

(para que la espira se mueva a velocidad constante el agente externo debe realizar una fuerza igual y opuesta a $\bar{F}_3$)

c) Potencia discipada por la resistencia

$P = i^2 R = \frac{B^2 v^2 a^2}{R}$ la relación entre energía y potencia: $E_R^{Dis} = P \Delta t$, siendo $\Delta t = \frac{a}{v}$ que es el tiempo que tarda en atravesar <u>toda</u> la espira por la interfaz

$$\left[E_R^{Dis} = \frac{B^2 v a^3}{R}\right]$$

d) $\left[W_{ext} = \int \bar{F} \cdot d\bar{l} = \int_0^a \frac{B^2 v a^2}{R}(-\hat{i})\,dx\,(-\hat{i}) = \left[\frac{B^2 v a^3}{R}\right]\right.$

lo cual es obvio por conservación de la energía