Física 3

1er parcial 2° semestre

2021

(1) a)  → 

tenemos dos regiones: $r > R$ y $r < R$

EL campo será en la dirección radial suponiendo ρ positiva

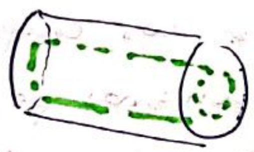
Para calcular el campo usamos Gauss.

$$\oint_S \bar{E}\, d\bar{a} = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \int_V \frac{\rho\, dV}{\varepsilon_0}$$

siendo S nuestra superficie Gaussiana la superficie de un cilindro coaxial de radio r

$r < R \rightarrow$

$$\oint_S \bar{E}\, d\bar{a} = \int_V \frac{\rho\, dV}{\varepsilon_0}$$



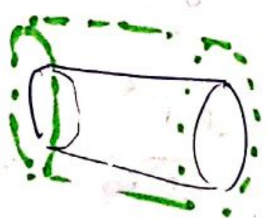
$E(r)\,\check{e}_r$
$d\bar{a} = \check{e}_r$ $\Rightarrow E(r)\, 2\pi r L = \rho L \pi r^2 / \varepsilon_0$

$$E(r) = \frac{\rho r}{2\varepsilon_0}$$

(notar que sobre las tapas del cilindro $da \perp E \Rightarrow E\,d\bar{a} = 0$)

$r > R \rightarrow$

$$\oint_S \bar{E}\, d\bar{a} = \int_V \frac{\rho\, dV}{\varepsilon_0}$$



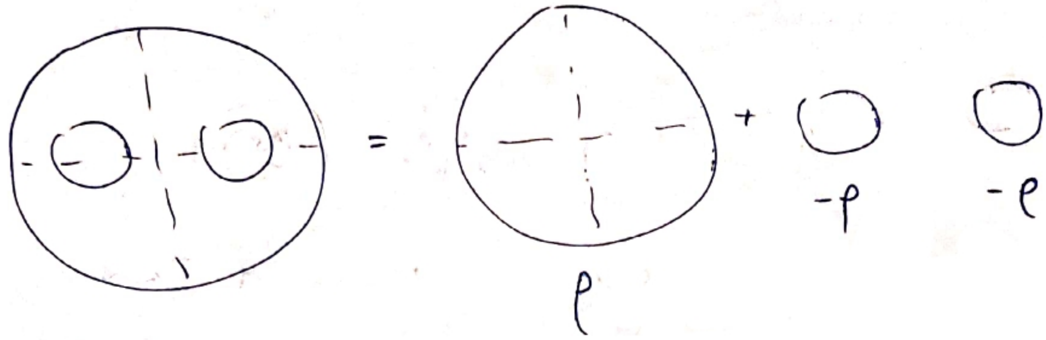
$$E(r) 2\pi r L = \frac{\rho L \pi R^2}{\varepsilon_0}$$

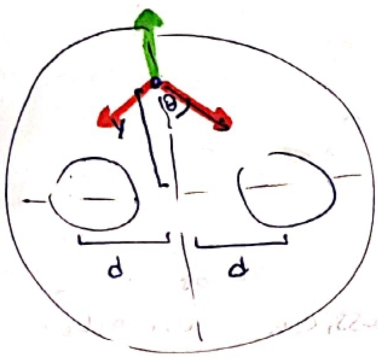
$$E(r) = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}$$

$\Rightarrow$ Campo $\Rightarrow$

$$\boxed{\bar{E} = \begin{cases} \dfrac{\rho r}{2\varepsilon_0}\,\check{e}_r & \text{si } r < R \\ \dfrac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r} & \text{si } r > R \end{cases}}$$

b) Usando el principio de superposición podemos pensar a la configuración de carga como:





EL campo por cada cilindro pequeño de densidad de carga $-\rho$ es radial entrante (Rojo)
el campo producto del cilindro gran de densidad ρ es radial saliente (verde)

Al sumar los componentes x de los campos producto de los cilindros pequeños se cancela, solo sobrevive la componente y que se convina con EL campo producto del cilindro grande

Por los cilindros pequeños

$$\bar{E}_c = 2\cos\theta\,|\bar{E}_1|$$

siendo $\bar{E}_1$ el campo exterior al cilindro peque. con densidad de carga ρ a una distanc $\sqrt{d^2+y^2}$ de su centro y radio R_2

$$|\bar{E}_1| = \frac{-\rho R_2^2}{2\varepsilon_0\sqrt{d^2+y^2}}$$

$$\Rightarrow \bar{E}_c = 2|\bar{E}_1|\cos\theta\,\check{e}_y = 2|\bar{E}_1|\frac{y}{\sqrt{d^2+y^2}}\,\check{e}_y$$

$$= \frac{-\rho R_2^2 y}{\varepsilon_0(d^2+y^2)}\,\check{e}_y$$

Por el cilindro grande:

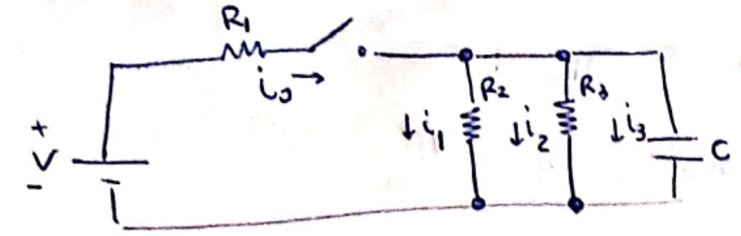
$$\bar{E}_C = \frac{\rho y}{2\varepsilon_0}\,\check{e}_y$$

Total:

$$\boxed{\bar{E} = \left[\frac{\rho y}{2\varepsilon_0} - \frac{\rho R_2^2 y}{\varepsilon_0(d^2+y^2)}\right]\check{e}_y}$$

Escaneado con CamScanner

②



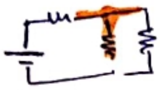
a) El interruptor S estuvo cerrado un tiempo muy largo $\Rightarrow$ el capacitor está totalmente cargado y no deja circular corriente por su rama.

es decir $t \to \infty$ $\quad i_3 \to 0$

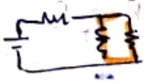
Para hallar la carga del condensador hallamos i_2 y vemos que la diferencia de voltaje entre los bornes del capacitor es la misma que entre los extremos de R_3 $\rightarrow$ $V = i_2 \cdot R_3 = Q/C$

Para calcular i_2 $\longrightarrow$ Leyes de Kirchhoff

$$\begin{cases} i_0 = i_1 + i_2 \\ V = i_0 R_1 + i_1 R_2 \\ i_1 R_2 = i_2 R_3 \end{cases}$$

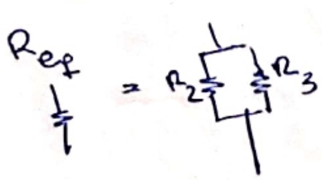

(nodos)


(malla)


(malla)

Podemos pensar al circuito como:

$$\Rightarrow V - i_0 \left(R_0 + \overbrace{\frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}}^{R_{eq}} \right) = 0$$

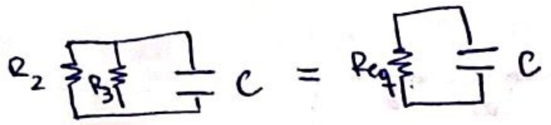


$$i_0 = \frac{V(R_2 + R_3)}{R_0 (R_2 + R_3) + R_2 R_3}$$

$$V_c = i_0 \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{V R_2 R_3}{R_0 (R_2 + R_3) + R_2 R_3}$$

$$\boxed{Q = C V_c = \frac{C V R_2 R_3}{R_0 (R_2 + R_3) + R_2 R_3}}$$

b)



Para la descarga

$$\frac{Q}{C} + \dot{Q} R_{eq} = 0$$ siendo $Q(0)$ la Hallada en a) $= Q_0$

$$\frac{Q}{\dot{Q}} = -R_{eq} C \Rightarrow Q = Q_0 e^{-t/R_{eq}C}$$

La energía almacenada en el capacitor

$$E(t) = \frac{Q^2(t)}{2C} = \frac{Q_0^2}{2C} e^{-2t/R_{eq}C}$$

Queremos saber para que t $E(t) = \frac{Q_0^2}{2Ce}$

$$\frac{\cancel{Q_0^2}}{\cancel{2C}e} = \frac{\cancel{Q_0^2}}{\cancel{2C}} e^{-2t/R_{eq}C}$$

$$\frac{1}{e} = e^{-2t/R_{eq}C} \Rightarrow \frac{2t}{R_{eq}C} = 1$$

$$\left[t = \frac{R_{eq}C}{2} \right]$$

c) Corriente por R_3

$$V_C = R_3 \, i$$

$$C Q_0 e^{-t/R_{eq}C} = R_3 \, i(t)$$

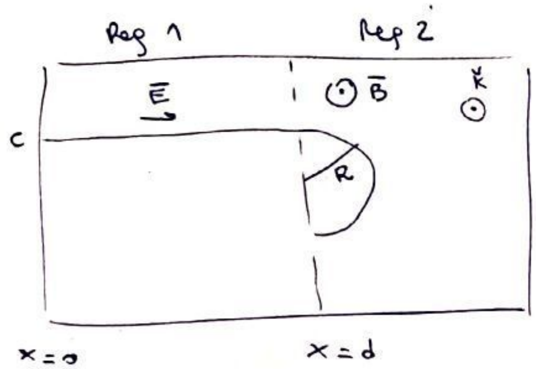
$$\left[\frac{C Q_0}{R_3} e^{-t/R_{eq}C} = i(t) \right]$$

Escaneado con CamScanner

③ Particula de A a B siendo $\bar{E} = k x \check{i}$

Notar que los puntos A y B yacen sobre una Equipotencial (tienen el mismo x). EL trabajo que debe realizar un agente externo para mover la particula de A a B es la diferencia de potencial entre B y A y por ende es nulo.

b)



La particula se acelera en la región 1 donde sólo Hay campo electrico, al llegar a x = d y entrar en la región 2 lo Hace con una velocidad $v(d)\check{i}$ y al actuar el campo magnético la velocidad mantiene el módulo pero cambia su dirección.

¿Con que velocidad entra la particula en la region 2?

planteamos conservación de la energía

$$\bar{E} = k x \check{i} \qquad \Delta V = \int_0^d \bar{E} \cdot d\bar{x} = \int_0^d k x \, dx = \frac{k d^2}{2}$$

$$q \Delta V = \Delta \text{ Energía cinética}$$

$$\frac{q k d^2}{2} = \frac{m v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{q k d^2}{m}}$$

Una vez que la particula entra en la región 2:

$$m \frac{v^2}{R} = q v B \Rightarrow R = \frac{m v}{q B}$$

$$\left[R = \sqrt{\frac{m k}{q}} \frac{d}{B} \right]$$

③