Ejercicio 1)

a) Asumiendo que el solenoide es muy largo en comparación con el radio de sus espiras es razonable suponer que el campo magnético será constante y paralelo al eje en el interior del solenoide y nulo en el exterior. Bajo estas hipótesis, tomando la curva C indicada en la figura y aplicando la Ley de Ampére se tiene que:

$$\oint_C \vec{B}.\vec{dl} = \int_1 \vec{B}.\vec{dl} + \int_2 \vec{B}.\vec{dl} + \int_3 \vec{B}.\vec{dl} + \int_4 \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0 I_{dentro}$$

siendo las integrales en los segmentos 2, 3 y 4 nulas. Por otro lado, dado que $\vec{B}$ es uniforme en el interior, la primera integral vale:

$$\int_1 \vec{B}.\vec{dl} = BL$$

Observamos a su vez que la corriente que atraviesa el interior de la curva es NI, siendo N el número de espiras del solenoide. Se tiene entonces que

$$BL = \mu_0 NI \rightarrow B(t) = \frac{\mu_0 NI(t)}{L}$$

b) Obsérvese que existe flujo magnético a través de la espira solamente en la porción de su área intersectada por el solenoide, pues el campo fuera del mismo es cero. Eso implica que:

$$\Phi_{\vec{B},S} = \int_S \vec{\mathrm{B}}.\hat{\mathrm{n}}\, ds = B(t)\pi a^2 = \frac{\mu_0 NI(t)\pi a^2}{L}$$

Luego, aplicando la Ley de Faraday:

$$|\epsilon_{ind}| = \frac{d\Phi_{\vec{B},S}}{dt} = \frac{\mu_0 N\pi a^2}{L}\frac{dI(t)}{dt}$$

c) Teniendo en cuenta que la potencia disipada en una resistencia es $P = RI^2$, si se desea que la potencia disipada en la espira sea constante, la corriente que circula por la misma también debeser constante. Dicha corriente surge en la espira debido a la fem inducida producto de la variación de flujo magnético a través de la misma. Aplicando Kirchhoff en la espira (y despreciando su autoinductancia) se tiene que:

$$\epsilon_{ind} - RI_0 = 0 \rightarrow I_0 = \frac{\epsilon_{ind}}{R} = \frac{\mu_0 N\pi a^2}{LR}\frac{dI(t)}{dt}$$

Pero el valor de la corriente I_0 puede obtenerse también de la potencia disipada P_0 , pues:

$$P_0 = RI_0^2 \rightarrow I_0 = \sqrt{\frac{P_0}{R}}$$

Igualando ambas expresiones para la corriente se obtiene:

$$\frac{\mu_0 N\pi a^2}{LR}\frac{dI(t)}{dt}=\sqrt{\frac{P_0}{R}}\rightarrow\frac{dI(t)}{dt}=\sqrt{\frac{P_0}{R}}\frac{LR}{\mu_0 N\pi a^2}$$

Por lo tanto, la derivada de la corriente que debe imponerse en el solenoide es constante. Integrando la expresión anterior se obtiene:

$$I(t)=\sqrt{\frac{P_0}{R}}\frac{LR}{\mu_0 N\pi a^2}t+C$$

siendo C una constante arbitraria.