La energía eléctrica y el potencial eléctrico

Leyes de la fuerza eléctrostatica y gravitacional

$$\boxed{\mathbf{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{|\mathbf{r}_{12}|^2}\hat{\mathbf{r}}_{12}}$$

- Atractiva o repulsiva
- *1/r²*
- muy fuerte

$$\boxed{\mathbf{F}_{12} = -G\frac{m_1 m_2}{|\mathbf{r}_{12}|^2}\hat{\mathbf{r}}_{12}}$$

- Siempre atractiva
- *1/r²*
- muy débil

Tanto la fuerza gravitacional como la fuerza electrostática son conservativas.

El trabajo realizado por dichas fuerzas depende sólo de los puntos inicial y final, y no de la trayectoria seguida entre ellas.

Energía potencial

- La fuerza electrostática es conservativa y, por tanto, una energía potencial se relaciona con la configuración de un sistema donde operan fuerzas electrostáticas.
- Se basa en la energía (un escalar) y nos permite determinar cómo cambia un sistema al pasar de cierto estado inicial a cierto estado final.

Energía potencial

$$\Delta U = U_f - U_i = -W_{if} = -\int_i^f \vec{F} \bullet d\vec{s}$$

La diferencia de la energía potencial ΔU del sistema al pasar el objeto de su posición inicial a la final.

Energía potencial eléctrica

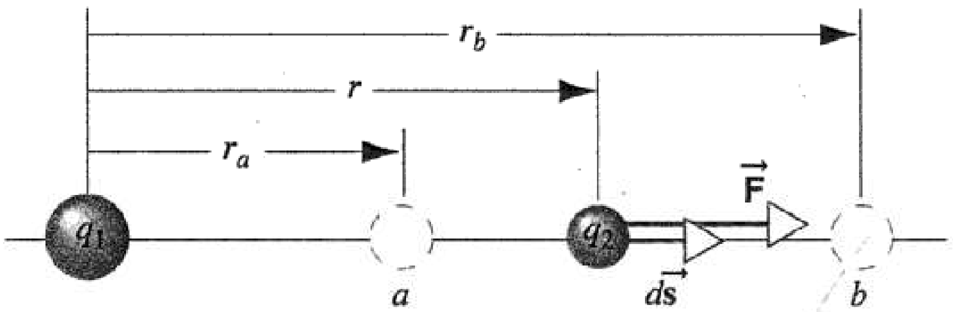

FIGURA 28-1. Una partícula cargada q_2 se desplaza de a a b bajo la acción de la fuerza electrostática $\vec{F}$ ejercida por q_1. Los puntos a y b se hallan en la línea que conecta q_1 y q_2.

$$\Delta U = -\int_a^b \vec{F} \bullet d\vec{s} = -\int_a^b F dr = -\int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} dr$$

$$\Delta U = U_b - U_a = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q_1 q_2 \left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a} \right)$$

Energía potencial eléctrica

- Dicha ecuación es válida sin importar si q_2 se acerca o se aleja de q_1.
- Cuando q_2 se dirige a q_1, $r_b < r_a$ y $\Delta U > 0$, es decir la energía potencial aumenta si las cargas se aproximan más entre sí.
- Cuando q_2 se aleja de q_1, entonces $r_b > r_a$ y $\Delta U < 0$, es decir la energía potencial disminuye si las cargas se alejan más una de otra.

Energía potencial eléctrica

- La ecuación anterior sigue siendo válida, sean positivos o negativos los signos de las cargas.

$$\vec{F} \bullet d\vec{s} = -Fds = -Fdr = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1||q_2|}{r^2}dr$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}dr$$

Mismo integrando de la ecuación, y así la integral da el mismo resultado.

Energía potencial eléctrica

- Cuando q_2 se dirige a q_1,$r_b<r_a$ y $\Delta U>0$, es decir la energía potencial aumenta si las cargas se aproximan más entre sí.
- Cuando q_2 se aleja de q_1,entonces $r_b>r_a$ y $\Delta U<0$, es decir la energía potencial disminuye si las cargas se alejan más una de otra.
- Cuando las cargas tienen signo opuesto, $\Delta U<0$ si las cargas se aproximan una a otra y $\Delta U>0$ cuando se alejan.

Energía potencial eléctrica

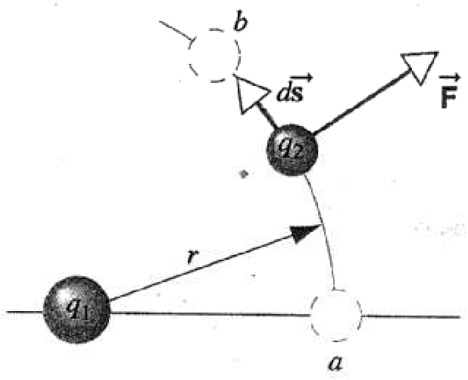

FIGURA 28-2. El movimiento de q_2 desde a a b es ahora a lo largo de la trayectoria de radio constante r

- A lo largo de esta trayectoria F siempre es perpendicular a ds, y así **F**.d**s**=0 en toda ella.
- La fuerza electrostática no opera en esta trayectoria, así que ΔU=0,

Energía potencial eléctrica

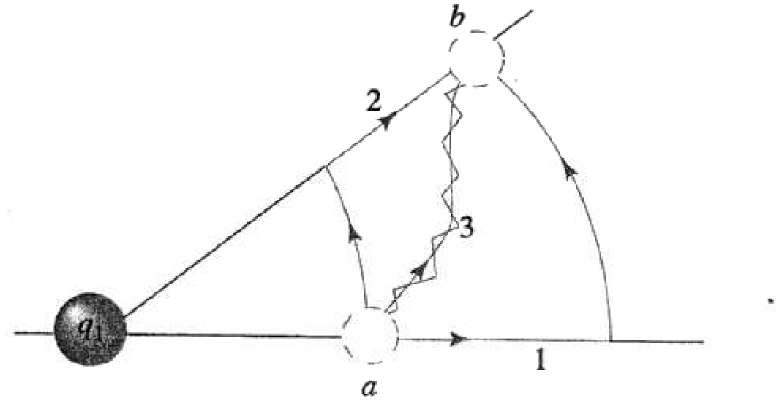

FIGURA 28-3. q_2 se mueve entre puntos arbitrarios a y b en varias trayectorias posibles.

- Para desplazar q_2 entre los puntos arbitrarios a y b, podemos escoger varias trayectorias posibles.
- En cada paso tangencial $\Delta U=0$, mientras que la ΔU en los pasos radiales está dada por la ecuación vista más arriba.

Energía potencial eléctrica

- Hasta ahora nos hemos ocupado de la *diferencia* de energía potencial entre dos puntos.
- Podemos definir la energía potencial en un sólo punto *b*, con sólo seleccionar un punto de referencia *a* de la energía potencial y asignarle un valor de referencia a la energía U_a en ese punto.
- **r_a infinito y U_a=0**.

$$U(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}$$

La energía potencial de un sistemas de cargas

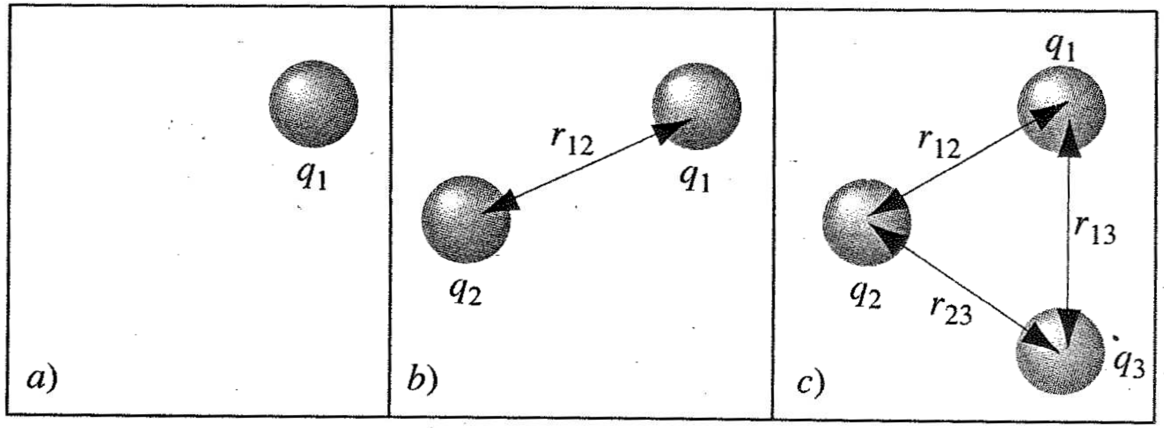

FIGURA 28-4. Se forma un sistema de tres cargas a partir de separaciones inicialmente infinitas.

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2 q_3}{r_{23}}$$

La energía potencial de un sistemas de cargas

La energía potencial eléctrica de un sistema de cargas puntuales fijas en reposo es igual al trabajo que debe ejecutar un agente externo para ensamblar el sistema, trayendo las cargas desde una distancia infinita donde se enuentran en reposo.

La energía potencial de un sistemas de cargas

- EJEMPLO

El potencial eléctrico

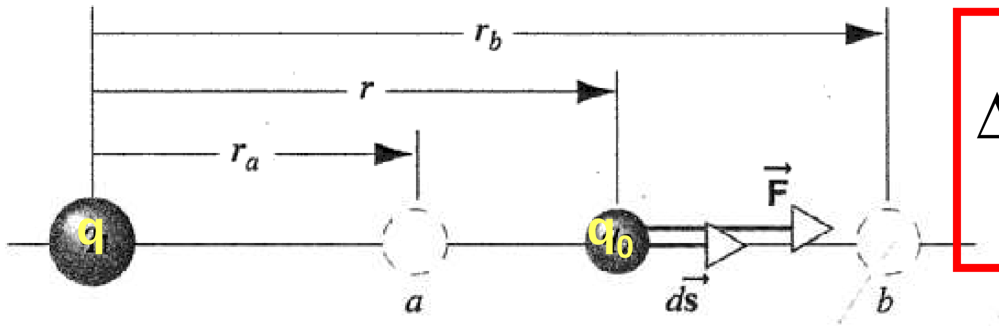

FIGURA 28-1. Una partícula cargada q_2 se desplaza de a a b bajo la acción de la fuerza electrostática $\vec{F}$ ejercida por q_1. Los puntos a y b se hallan en la línea que conecta q_1 y q_2.

$$\boxed{\Delta U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q q_0 \left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a} \right)}$$

Imaginemos una carga ***q*** fija en el orígen de coordenadas y tomamos otra carga $\boldsymbol{q_0}$, que denominamos carga de prueba.

$q_0 \rightarrow \Delta U$

$2q_0 \rightarrow 2\Delta U$

$3q_0 \rightarrow 3\Delta U$

La magnitud $\Delta U/q_0$ no depende de la cantidad de la carga de prueba y caracteriza exclusivamente a la carga central *q*.

El potencial eléctrico

- Definimos la ***diferencia de potencial eléctrico***, ΔV, como:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0}$$

O bien

$$V_b - V_a = \frac{U_b - U_a}{q_0}$$

El potencial eléctrico

$$\Delta U = U_f - U_i = -W_{if} = -\int_i^f \vec{F} \bullet d\vec{s}$$

$$\Delta V = -\frac{W_{ab}}{q_0}$$

Donde $\mathbf{W_{ab}}$ es el trabajo efectuado por la fuerza electrostática que $\boldsymbol{q}$ ejerce sobre $\boldsymbol{q_0}$ cuando la carga pasa de **a** a **b**

El potencial eléctrico

$$V_b - V_a = \frac{U_b - U_a}{q_0}$$

$$V = \frac{U}{q_0}$$

1 volt = 1 joule/coulomb en el sistema SI

Cáculo del potencial a partir del campo

Hasta ahora hemos caracterizado las cargas eléctricas y sus interacciones empleando cuatro propiedades:

TABLA 28-1 **Propiedades de las cargas eléctricas**

	Descripción vectorial		*Descripción escalar*
Interacción entre dos cargas	Fuerza $\vec{\mathbf{F}}$	$\leftrightarrow$	Energía potencial U
	$\updownarrow$		$\updownarrow$
Efecto que una carga o grupo de cargas tienen en un punto del espacio	Campo $\vec{\mathbf{E}}$	$\leftrightarrow$	Potencial V

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

$$\Delta U = -\int_a^b \vec{F} \bullet d\vec{s} = -\int_a^b F dr = -\int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} dr$$

$$V = \frac{U}{q_0}$$

Cáculo del potencial a partir del campo

- Supóngase que pasamos una carga de prueba q_0 de *a* a *b* en un campo eléctrico **E**.
- Al calcular el trabajo ejecutado por la fuerza eléctrica **F**=q_0**E** obtenemos:

$$\Delta V = \frac{-W_{ab}}{q_0} = \frac{-\int_a^b \vec{F} \bullet d\vec{s}}{q_0} = \frac{-\int_a^b q_0 \vec{E} \bullet d\vec{s}}{q_0}$$

Cáculo del potencial a partir del campo

$$\Delta V = V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E} \bullet d\vec{s}$$

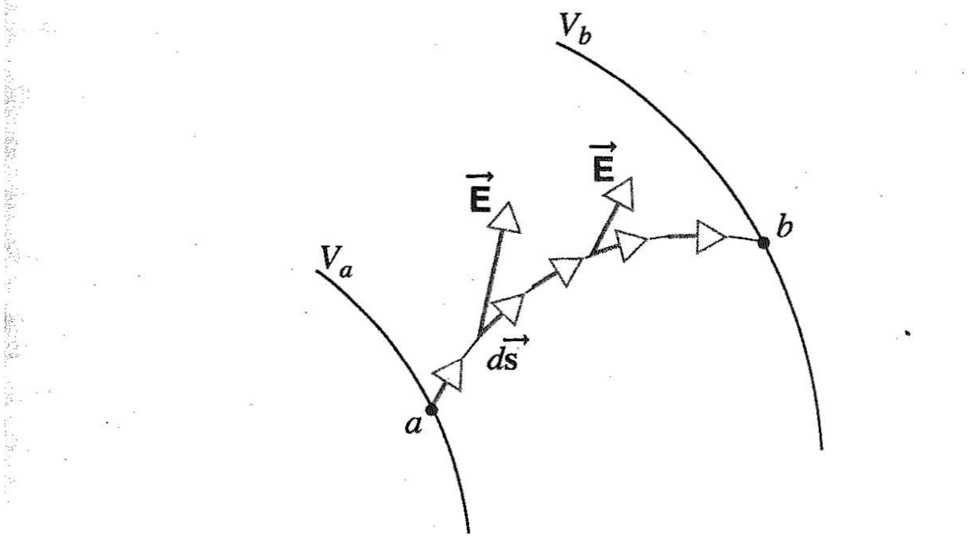

FIGURA 28-5. La diferencia de potencial entre a y b puede obtenerse calculando la integral de línea $\vec{\mathbf{E}}$ a lo largo de la trayectoria ab.

Cáculo del potencial a partir del campo

$$\Delta V = V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E} \bullet d\vec{s}$$

$$V_P = -\int_\infty^P \vec{E} \bullet d\vec{s}$$

Cáculo del potencial a partir del campo

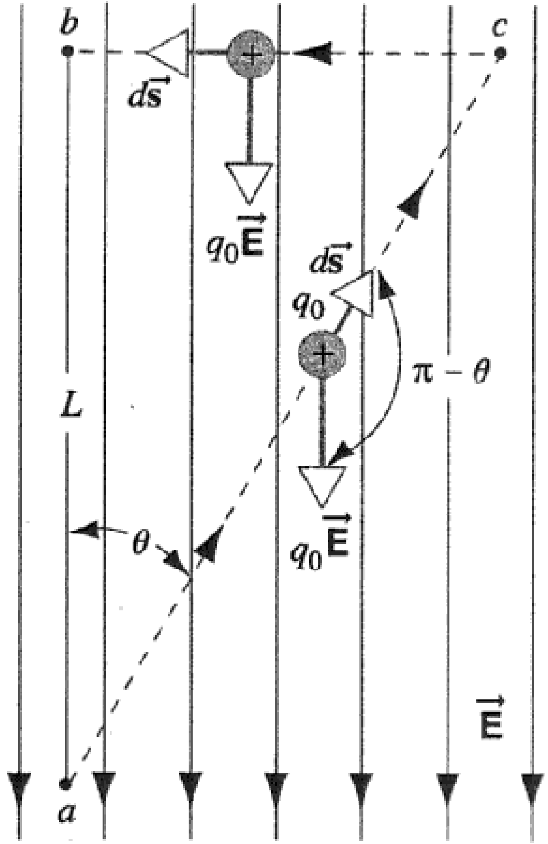

FIGURA 28-6. Problema resuelto 28-5. Una carga de prueba q_0 se desplaza por la trayectoria *acb* en el campo eléctrico uniforme $\vec{\mathbf{E}}$.

Potencial generado por cargas puntuales

$$V_b - V_a = \frac{U_b - U_a}{q_0} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a}\right)$$

Recordar: $$\Delta U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q q_0 \left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a}\right)$$

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}}$$

Potencial generado por cargas puntuales

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

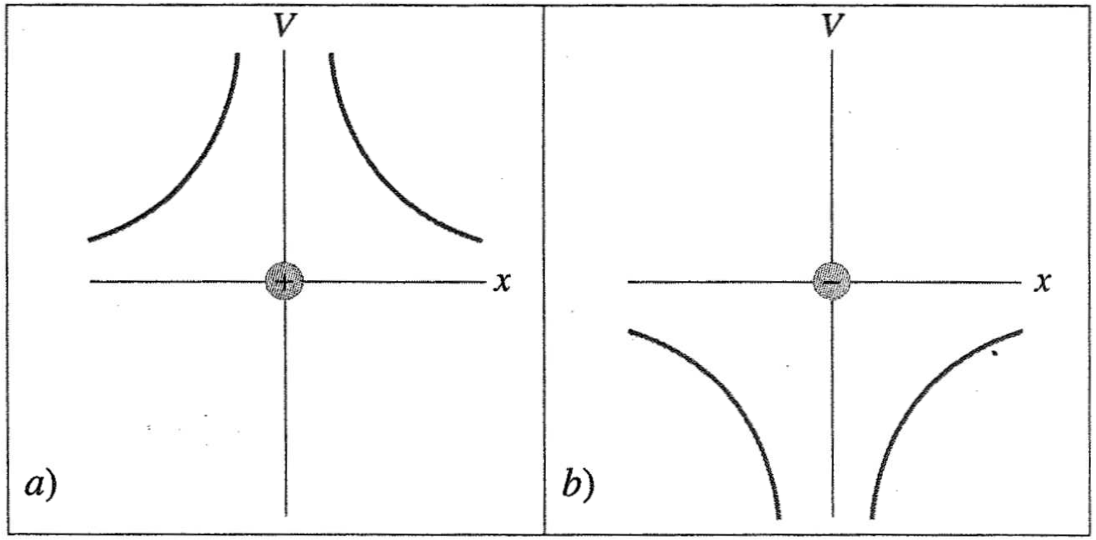

FIGURA 28-7. Potencial en una dimensión (que se escoge como el eje x) para a) una carga puntual positiva y b) en una carga puntual negativa. Su magnitud aumenta a infinito al convertirse en cero la distancia respecto a la carga. El potencial de una carga positiva simple es positivo en todas partes, y negativo en una carga negativa simple.

Potencial generado por una serie de cargas puntuales

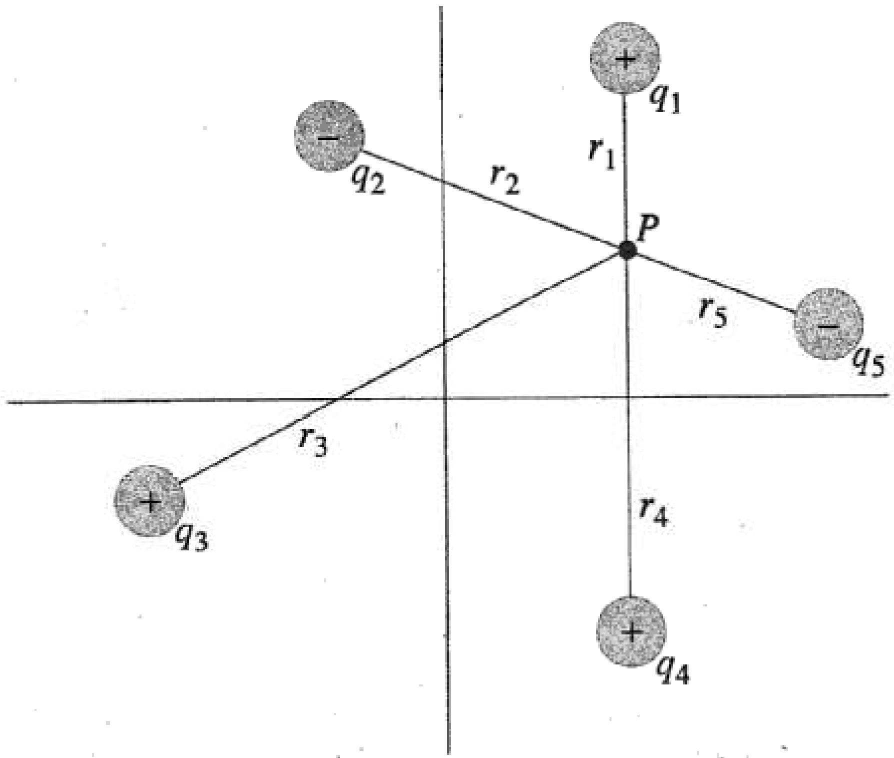

FIGURA 28-8. Conjunto de cargas puntuales.

$V_P = ?$

Potencial generado por una serie de cargas puntuales

$$V = V_1 + V_2 + \ldots + V_N$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_1} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r_2} + \ldots + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_N}{r_N}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{n=1}^{N}\frac{q_n}{r_n}$$

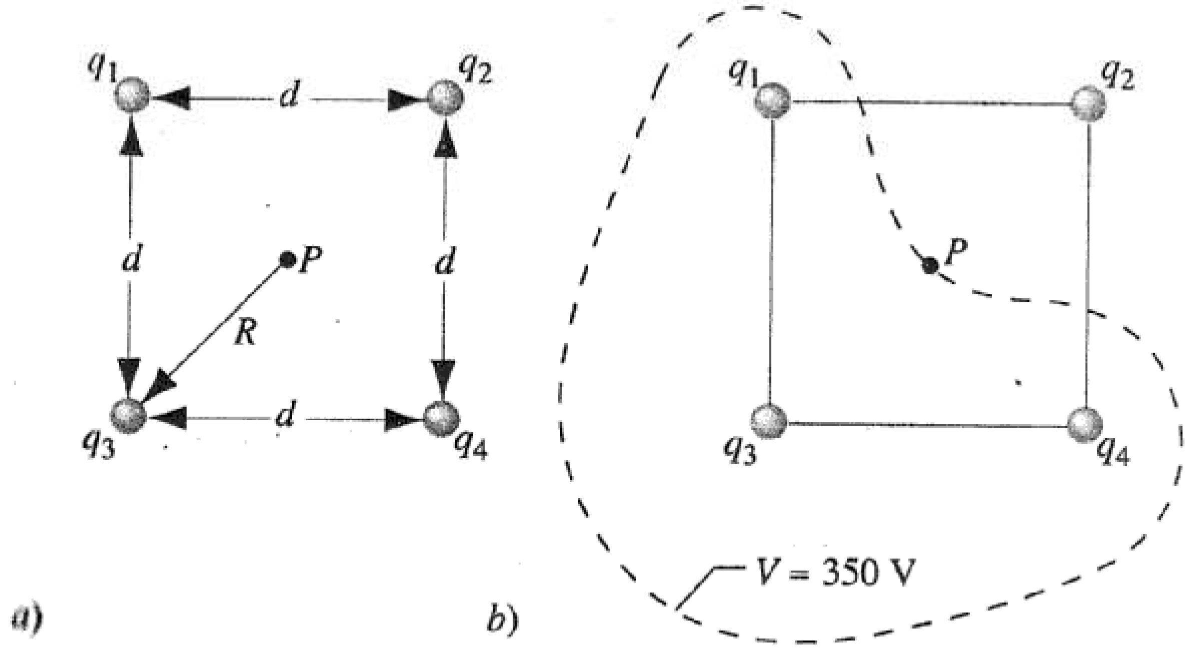

FIGURA 28-9. Problema resuelto 28-8. *a*) Se mantienen cuatro cargas en los vértices de un cuadrado. *b*) La curva conecta los puntos que poseen el mismo potencial (350 V) como el punto *P* en el centro del cuadrado.

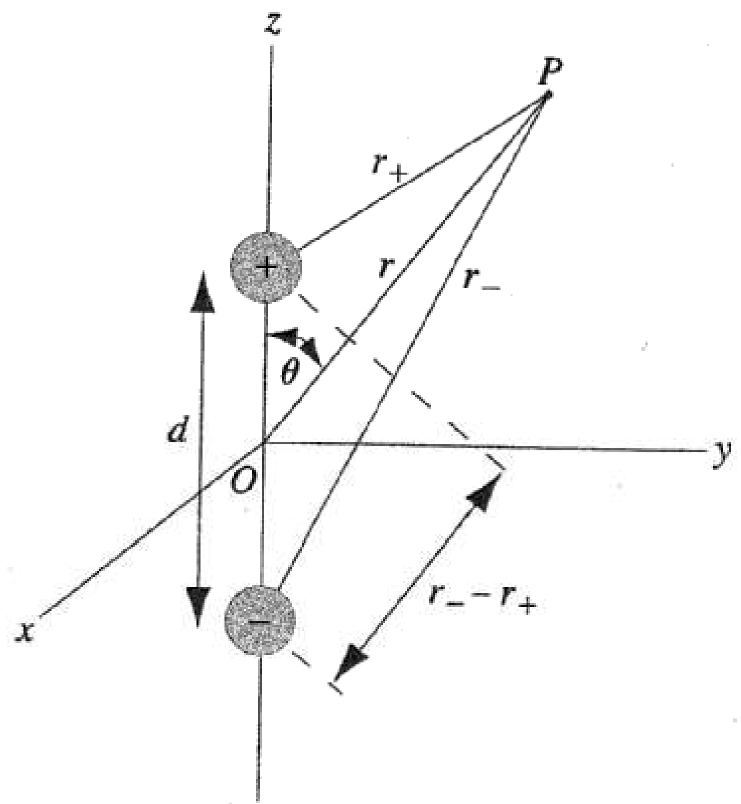

FIGURA 28-10. Geometría para calcular el potencial en el punto P producido por un dipolo eléctrico.

El potencial eléctrico de las distribuciones de carga continua

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r}$$

$$V = \int dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r}$$

Línea uniforme con carga

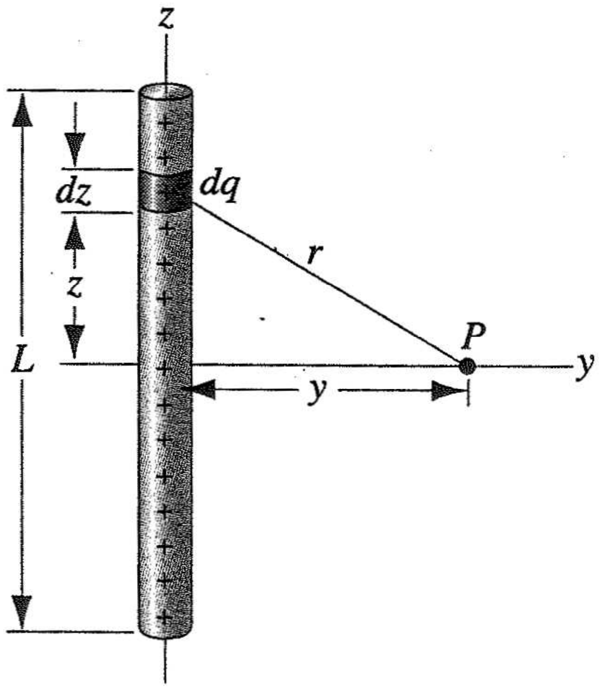

FIGURA 28-12. Varilla con carga uniforme. Para obtener el potencial en el punto P, suponemos que la varilla está compuesta por muchos elementos individuales de carga dq.

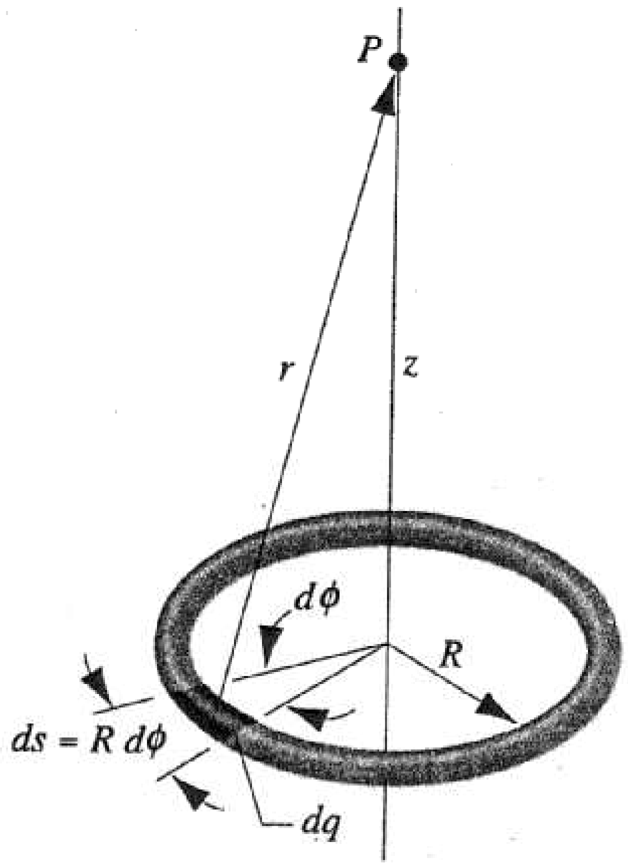

FIGURA 28-13. Anillo cargado uniformemente. Para obtener el potencial en P se calcula el efecto total de los elementos de carga dq.

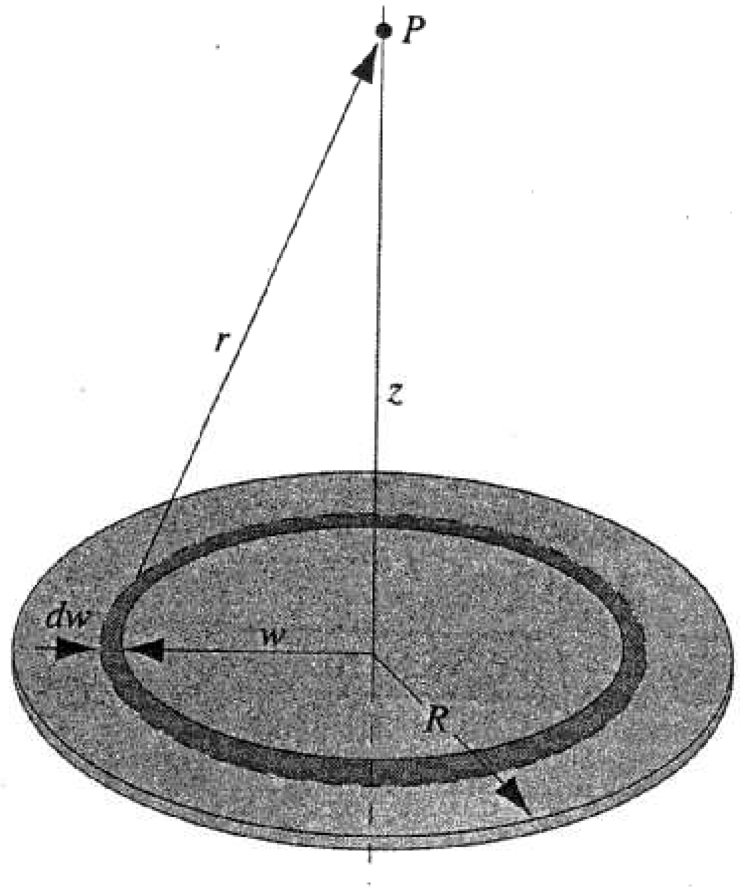

FIGURA 28-14. El disco de radio R contiene una densidad de carga uniforme σ. El elemento de carga dq es un anillo con carga uniforme.

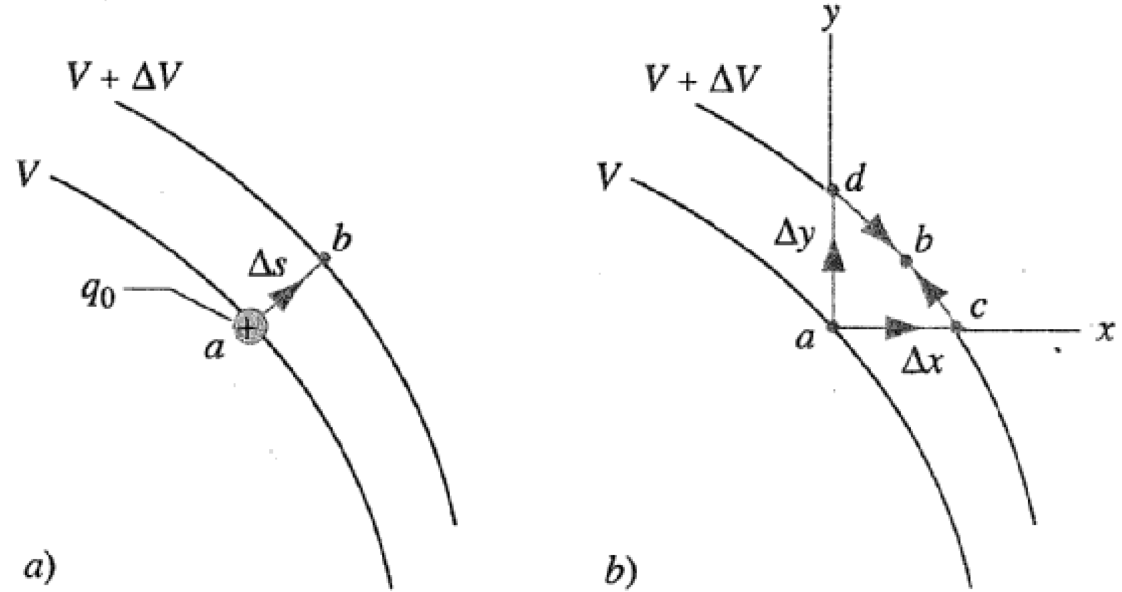

FIGURA 28-15. *a*) Una partícula cargada q_0 se mueve en la trayectoria *ab* entre dos equipotenciales. *b*) La partícula pasa de *a* a *b* a través de las trayectorias *acb* o *adb*.

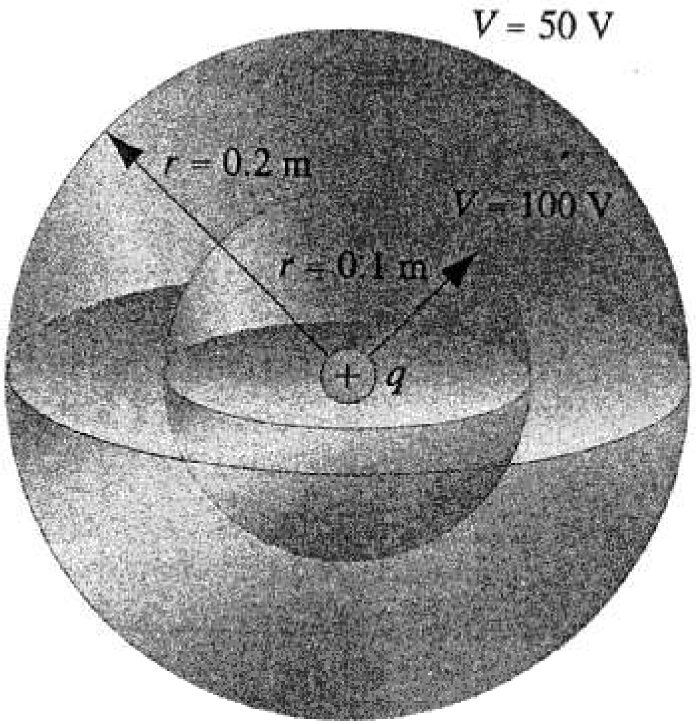

FIGURA 28-17. El potencial posee el mismo valor en todos los puntos de una esfera que rodea a la carga q. Se muestran dos esferas, una con $V = 100$ V y la otra con $V = 50$ V.

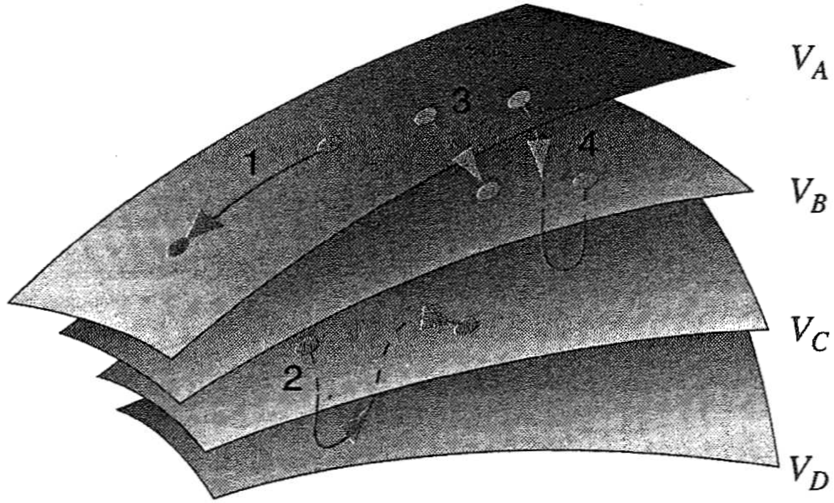

FIGURA 28-18. Porciones de cuatro superficies equipotenciales. Se muestran cuatro trayectorias para mover una partícula de prueba.