

# CAPÍTULO 20

## ONDAS SONORAS

*En el capítulo 19 hemos estudiado las ondas mecánicas transversales, como las de las vibraciones de una cuerda en tensión. En una onda mecánica longitudinal, las partículas de material que transmiten la onda vibran en dirección de la propagación de la onda. La onda mecánica longitudinal más conocida es la onda sonora. El ser humano puede detectar estas ondas en la gama de frecuencias que va de unos 20 Hz a unos 20,000 Hz, gama que recibe el nombre de intervalo audible. Las ondas mecánicas longitudinales de frecuencia más alta se llaman ultrasónicas y se emplean para localizar objetos bajo el agua y para visualizar los órganos internos del cuerpo humano, en medicina; las ondas de frecuencia más baja se llaman infrasónicas, y un ejemplo de éstas son las ondas de presión sísmica producidas durante un terremoto.*

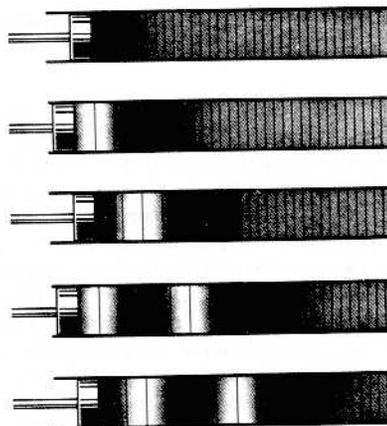
*Las ondas sonoras viajan a través de sólidos, líquidos, y gases: estudiaremos principalmente la propagación del sonido en el aire. Un sistema vibratorio (por ejemplo, la cuerda de una guitarra, nuestras cuerdas vocales, la membrana de un tambor) pone en movimiento al aire en su vecindad inmediata. Esa perturbación se propaga por el aire hasta llegar a nuestros tímpanos, donde un receptor y un amplificador asombrosamente delicados convierten esta perturbación mecánica en una señal eléctrica que va hasta el cerebro.*

*En este capítulo estudiaremos las propiedades de las ondas sonoras, su propagación, y su producción mediante sistemas vibratorios.*

### 20-1 LA VELOCIDAD DEL SONIDO

Si bien las ondas sonoras viajan normalmente en tres dimensiones, simplificaremos un poco nuestro análisis al considerar un sistema unidimensional. La figura 1 muestra un tubo equipado en un extremo con un émbolo móvil, el cual representa, por ejemplo, el cono móvil de un altoparlante. Suponemos que el tubo está lleno de un medio compresible, como el aire, y que es muy largo, de modo que no precisamos considerar las reflexiones desde el extremo lejano. Cuando el émbolo se mueve hacia atrás y hacia adelante, alternativamente comprime y enrarece el medio. Estas compresiones y enrarecimientos pueden considerarse (respectivamente) incrementos y decrementos de la densidad local con relación a su valor promedio en el medio, o quizá como incrementos y decrementos en la presión local con relación a su valor promedio. Estas dos descripciones nos transmiten la misma información pero tienen formas matemáticas diferentes, como veremos en la sección 20-2.

Como resultado de las fuerzas mecánicas internas del medio, las compresiones y enrarecimientos viajan a lo



**Figura 1** Ondas sonoras generadas dentro de un tubo por medio de un émbolo móvil que podría representar el cono móvil de un altoparlante. Las líneas verticales dividen al medio compresible dentro del tubo en capas de igual masa.

largo del tubo. Como en todas las ondas mecánicas, la velocidad de propagación depende de la razón entre una propiedad elástica del medio (la tensión, en el caso de las ondas transversales de una cuerda) y una propiedad inercial del medio (la densidad de masa lineal, en el caso de la cuerda). En ondas longitudinales, la propiedad elástica describe cómo responde el medio a los cambios de presión con un cambio de volumen; esto es el módulo volumétrico\* presentado en la ecuación 5 del capítulo 17:

$$B = - \frac{\Delta p}{\Delta V/V}, \quad (1)$$

donde  $\Delta p$  es el cambio de presión, y  $\Delta V$  es el cambio del volumen  $V$ . El signo menos implica que un aumento de presión ( $\Delta p > 0$ ) causa una disminución de volumen ( $\Delta V < 0$ ).

La propiedad inercial del medio debe estar dada por su densidad  $\rho$ . Podemos llevar a cabo un análisis dimensional para determinar cómo depende la velocidad de  $B$  y  $\rho$  usando el mismo procedimiento empleado en la sección 19-4, y el resultado es

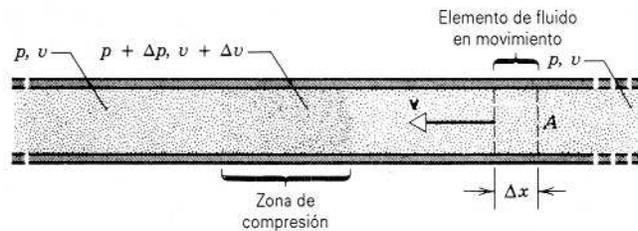
$$v = C \sqrt{\frac{B}{\rho}}, \quad (2)$$

donde una vez más la constante sin dimensiones  $C$  no puede determinarse a partir de este método de análisis. Para completar la derivación nos remitimos, como hicimos en la sección 19-4, a un análisis mecánico basado en las leyes de Newton.

### Análisis mecánico

La esencia de esta derivación sigue muy de cerca la de la sección 19-4. Consideremos, para simplificar, una sola pulsación de compresión, como la que pudiera producirse por una sola carrera del émbolo de la figura 1.

Supongamos que la pulsación de compresión viaja a través del tubo de izquierda a derecha con velocidad  $v$ .



**Figura 2** Una pulsación (compresión) se envía a través de un tubo largo. Se elige que el marco de referencia de esta figura sea el de la pulsación, de modo que el fluido corre de derecha a izquierda. Una rebanada de fluido de ancho  $\Delta x$  se mueve hacia la zona de compresión con velocidad  $v$ .

Para simplificar suponemos que la pulsación tiene caras anterior y posterior bien definidas y que tiene una presión y una densidad uniformes en su interior. Cuando analizábamos el movimiento de una pulsación transversal en una cuerda tensa en la sección 19-4, hallamos conveniente elegir un marco de referencia en el que la pulsación permaneciese estacionaria. Como lo indicamos en la figura 2, aquí lo hacemos así también. En esa figura, la pulsación (llamada "zona de compresión") permanece estacionaria en nuestro marco de referencia mientras que el fluido se mueve a través de ella de derecha a izquierda con velocidad  $v$ .

Sigamos el movimiento del elemento de fluido móvil contenido entre las líneas verticales en la figura 2. Este elemento se mueve hacia la izquierda con velocidad  $v$  hasta que choca con la zona de compresión. El borde izquierdo del elemento de fluido entra a la zona de compresión en el tiempo  $t$ , y el borde derecho entra en el tiempo  $t + \Delta t$ . El intervalo de tiempo  $\Delta t$  depende del ancho  $\Delta x$  del elemento de acuerdo con  $\Delta t = \Delta x/v$ .

Durante el intervalo  $\Delta t$ , en que el elemento entra a esta zona, existe una presión  $p + \Delta p$  en la cara anterior del elemento de fluido y una presión  $p$  en la cara posterior. Como resultado de la diferencia de presión  $\Delta p$  a través del elemento de fluido, se comprime y se decelera. Dentro de la zona, el elemento se mueve con una velocidad más baja  $v + \Delta v$ , siendo la cantidad  $\Delta v$  negativa. El elemento emerge finalmente de la cara izquierda de la zona, donde se expande hasta su volumen original y se acelera de nuevo a su velocidad original  $v$  como resultado del diferencial de presión  $\Delta p$ .

Apliquemos las leyes de Newton al elemento de fluido durante el intervalo de tiempo  $\Delta t$  durante el cual entra en la zona. La fuerza resultante que actúa durante este intervalo es

$$F = pA - (p + \Delta p)A = -\Delta p A, \quad (3)$$

donde  $A$  es el área de la sección transversal del tubo. Aquí hemos considerado que la dirección positiva es la de la velocidad, es decir, hacia la izquierda en la figura 2. El

\* Un cambio de presión dado puede dar lugar a cambios diferentes en el volumen de un medio compresible, dependiendo de las circunstancias por las cuales cambie de presión. Por ejemplo, puesto que una compresión tiende a aumentar la temperatura del medio, podríamos dejar que escapase calor con el fin de que la temperatura permanezca constante. En tal caso, siendo un ejemplo los procesos fluidos estáticos estudiados en el capítulo 17, observaríamos un módulo volumétrico *isotérmico* (temperatura constante). Sin embargo, la capacidad de un gas para conducir calor (su *conductividad térmica*: véase la sección 25-7) es demasiado pequeña para que pueda fluir el calor entre las compresiones, más calientes, y los enrarecimientos, más fríos, a frecuencias audibles. En este caso, necesitamos el módulo volumétrico *adiabático* (sin transferencia de calor). En gases típicos, el módulo volumétrico adiabático es de alrededor de 1.4 veces el módulo volumétrico isotérmico. Los procesos isotérmicos y adiabáticos se estudian con mayor detalle en el capítulo 25.

**TABLA 1 LA VELOCIDAD DEL SONIDO†**

Medio	Velocidad (m/s)
<b>Gases</b>	
Aire (0° C)	331
Aire (20° C)	343
Helio	965
Hidrógeno	1284
<b>Líquidos</b>	
Agua (0° C)	1402
Agua (20° C)	1482
Agua de mar‡	1522
<b>Sólidos</b>	
Aluminio	6420
Acero	5941
Granito	6000

† A 0° C y 1 atm de presión, a menos que se indique lo contrario.

‡ A 20° C y 3.5% de salinidad.

volumen original  $V$  del elemento es  $A \Delta x = A v \Delta t$ , y su masa es  $\rho v A \Delta t$ , donde  $\rho$  es la densidad sin perturbación del fluido afuera de la zona de compresión. La aceleración  $a$  es  $\Delta v / \Delta t$ , y puesto que  $\Delta v$  es negativa,  $a$  es negativa. La segunda ley de Newton da entonces

$$F = ma$$

$$-\Delta p A = (\rho v A \Delta t) \frac{\Delta v}{\Delta t},$$

la cual podemos escribir como:

$$\rho v^2 = \frac{-\Delta p}{\Delta v / v} \quad (4)$$

Durante el intervalo  $\Delta t$ , el borde anterior del elemento de fluido se mueve con velocidad  $v + \Delta v$ , y por tanto se mueve una distancia  $(v + \Delta v)\Delta t$ . En ese mismo tiempo, el borde posterior se mueve una distancia  $v \Delta t$ . El ancho del elemento de fluido cambia entonces en ese intervalo en una cantidad negativa  $\Delta v \Delta t$ , y el volumen cambia en correspondencia en la cantidad  $\Delta V = A \Delta v \Delta t$ . De aquí que

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{A \Delta v \Delta t}{A v \Delta t} = \frac{\Delta v}{v}$$

y obtenemos, usando la ecuación 1,

$$\rho v^2 = \frac{-\Delta p}{\Delta V / V} = B \quad (5)$$

Entonces

$$v = \sqrt{B/\rho}, \quad (6)$$

lo cual demuestra que la constante  $C$  de la ecuación 2 tiene el valor 1.

Si el medio en el que viaja la pulsación es una barra delgada y sólida en vez de un fluido, el módulo volumétrico  $B$  de la ecuación 6 debe ser reemplazado por el módulo de Young (véase la sección 14-5). Si el sólido es extenso, debemos tener en cuenta el hecho de que

un sólido ofrece una resistencia elástica a las fuerzas tangenciales o cortantes, y la velocidad de las ondas longitudinales depende del módulo cortante al igual que del módulo volumétrico. (Tanto las ondas longitudinales como las transversales pueden propagarse en un sólido extenso. Aquí consideraremos únicamente las ondas longitudinales.) La tabla 1 ofrece algunos valores representativos de la velocidad del sonido en diversos medios.

## 20-2 ONDAS VIAJERAS LONGITUDINALES

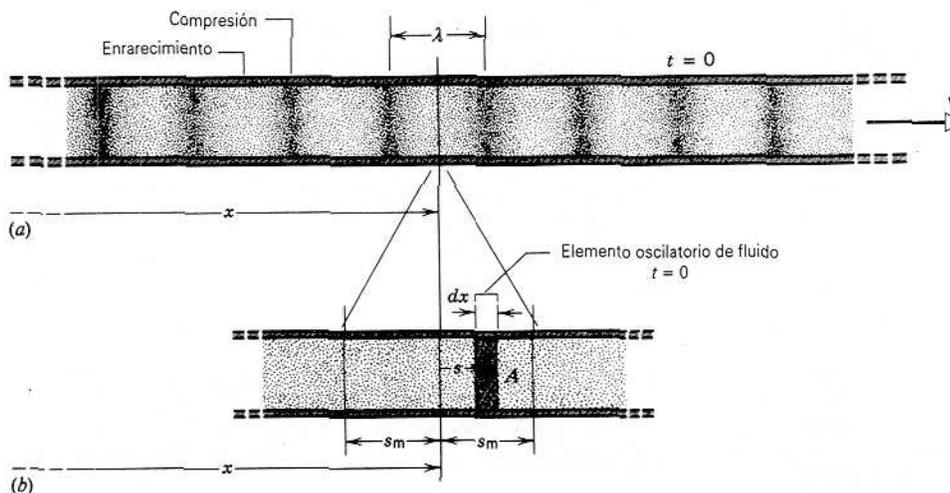
Consideremos un tren continuo de compresiones y enrarecimientos que viajan a lo largo de un tubo lleno de fluido, como en la figura 3. Si nos colocamos en alguna posición fija a lo largo del tubo, existen dos formas de observar esta onda viajera. (1) Podemos enfocar nuestra atención al *desplazamiento* oscilatorio hacia atrás y hacia adelante de un elemento de fluido en nuestra posición al pasar la onda a través de ella. (2) Por otra parte, podemos centrarnos en las variaciones periódicas de *presión* que ocurren en nuestro punto de observación. En esta sección exploraremos la conexión entre estas descripciones de una onda sonora como una onda de desplazamiento y una onda de presión.

Al avanzar la onda a lo largo del tubo, cada pequeño elemento de volumen del fluido oscila respecto a su posición de equilibrio. El desplazamiento es hacia la derecha o hacia la izquierda a lo largo de la dirección de propagación de la onda, la cual hemos considerado en dirección  $x$  positiva. Representamos al desplazamiento del elemento de volumen a partir de su posición de equilibrio en  $x$  (nuestro lugar de observación) por  $s(x, t)$ . Esta función es análoga al desplazamiento transversal  $y(x, t)$  estudiado en el capítulo 19, con una excepción importante: el desplazamiento  $s$  es a lo largo de la dirección de propagación en una onda longitudinal, mientras que en una onda transversal el desplazamiento  $y$  es en ángulo recto con la dirección de la propagación. En el caso de una onda sinusoidal, podemos escribir, por lo tanto, la ecuación del desplazamiento longitudinal como:

$$s(x, t) = s_m \cos(kx - \omega t), \quad (7)$$

donde hemos supuesto que la onda viaja en dirección positiva  $x$ . También hemos hecho una elección particular de la constante de fase para la onda de desplazamiento, lo cual nos permite expresarla en términos de función coseno. La amplitud  $s_m$  es bastante pequeña en las ondas sonoras: véase el problema muestra 1.

Por lo general, es más recomendable tratar con variaciones de presión en una onda sonora que con los desplazamientos reales de las partículas. Escribamos por lo tanto



**Figura 3** (a) Instantánea, tomada en  $t = 0$ , de una onda sonora sinusoidal que se mueve con velocidad  $v$  a través de un tubo largo lleno de fluido. (b) Vista ampliada de una región cercana a la posición  $x$ . Un elemento de fluido oscila respecto a su posición de equilibrio al pasar la onda a través de él. En el momento que se ilustra, el plano central del elemento se halla desplazado una distancia  $s$  de su posición de equilibrio.

la ecuación de la onda en términos de la variación de presión en lugar de hacerlo en términos del desplazamiento.

De la ecuación 1, podemos escribir

$$\Delta p = -B \frac{\Delta V}{V}.$$

Igual que hicimos que  $s$  representara el desplazamiento a partir de la posición de equilibrio, hagamos ahora que  $\Delta p$  represente el cambio desde la presión  $p_0$  no perturbada. Buscamos una expresión del cambio de presión  $\Delta p$  en función de la posición  $x$  y del tiempo  $t$ , es decir,  $\Delta p(x, t)$ . La presión real en cualquier punto será entonces  $p_0 + \Delta p(x, t)$ , que podría ser mayor o menor que  $p_0$  dependiendo de si  $\Delta p$  es positiva o negativa en ese punto y en ese momento.

Una capa de fluido a presión  $p_0$  con un espesor  $\Delta x$  y un área  $A$  en su sección transversal tiene un volumen  $V = A \Delta x$ . Cuando la presión cambia, el volumen cambia en  $A \Delta s$ , donde  $\Delta s$  es la cantidad en que cambia el espesor de la capa durante la compresión o el enrarecimiento. De aquí que

$$\Delta p = -B \frac{\Delta V}{V} = -B \frac{A \Delta s}{A \Delta x}.$$

Cuando hacemos que  $\Delta x \rightarrow 0$  de modo que la capa de fluido se contraiga hasta un espesor infinitesimal, obtenemos

$$\Delta p = -B \frac{\partial s}{\partial x}. \quad (8)$$

Hemos empleado una notación de derivada parcial porque  $s$  es una función tanto de  $x$  como de  $t$ . Si el desplazamiento

de la partícula es sinusoidal, entonces, según la ecuación 7, obtenemos

$$\frac{\partial s}{\partial x} = -ks_m \text{sen}(kx - \omega t),$$

y de la ecuación 8

$$\Delta p(x, t) = Bks_m \text{sen}(kx - \omega t). \quad (9)$$

De aquí que la variación de la presión en cada posición  $x$  sea también sinusoidal.

A causa de que  $v = \sqrt{B/\rho}$ , podemos escribir la ecuación 9 más convenientemente como:

$$\Delta p(x, t) = [k\rho v^2 s_m] \text{sen}(kx - \omega t). \quad (10)$$

Recordemos que  $\Delta p$  representa el cambio a partir de la presión  $p_0$  no perturbada. El término entre corchetes representa el cambio máximo de la presión y se denomina *amplitud de la presión*. Si denotamos a ésta por  $\Delta p_m$ , entonces

$$\Delta p(x, t) = \Delta p_m \text{sen}(kx - \omega t), \quad (11)$$

donde

$$\Delta p_m = k\rho v^2 s_m. \quad (12)$$

De aquí que una onda sonora pueda considerarse bien como una onda de desplazamiento o bien como una onda de presión. Si la primera se escribe como una función coseno, la otra será una función seno. La onda de desplazamiento está entonces a  $90^\circ$  fuera de fase con la onda de presión. Es decir, cuando el desplazamiento a partir del equilibrio en un punto sea un máximo o un mínimo, la presión en exceso ahí será de cero; cuando el despla-

miento en un punto sea cero, el exceso o deficiencia de presión será ahí un máximo. La ecuación 12 da la relación entre la amplitud de la presión (variación máxima de la presión a partir del equilibrio) y la amplitud del desplazamiento (variación máxima de la posición a partir del equilibrio). Conviene que usted compruebe la consistencia de las dimensiones de cada lado de la ecuación 12.

Si bien hemos descrito a una onda sonora en términos ya sea de una onda de presión o de una onda de desplazamiento, las dos descripciones no son equivalentes, por lo general. Podemos escoger fácilmente entre cualquiera de las dos descripciones sólo cuando una sola onda longitudinal se propaga en una sola dirección. Cuando consideramos la reflexión de una onda sonora en el extremo de un tubo, o cuando superponemos dos ondas sonoras que interfieren en un punto, el uso de la descripción de la onda de desplazamiento puede conducir a errores serios.\* Por ejemplo, consideremos dos ondas sonoras que parten de fuentes diferentes (quizá, dos altoparlantes) y que viajan en direcciones diferentes e interfiere en un punto, de modo que una onda da un cambio de presión  $\Delta p$  y la otra  $-\Delta p$ . Mediante la descripción basada en la presión, esperamos una interferencia completamente destructiva en ese punto, porque las presiones se suman como escalares. Sin embargo, la suma de los desplazamientos (que tienen lugar en las direcciones de viaje de las dos ondas) no da cero, porque son vectores en direcciones diferentes. *Suele ser preferible describir a una onda sonora como una onda de presión* para evitar tales dificultades. Además, como veremos en la sección siguiente, es el cambio de la presión, y no el cambio del desplazamiento, lo que se detecta por el oído y por el micrófono.

Por último, observemos que en esta sección hemos tratado al fluido como un medio continuo. Sin embargo, en un gas los espacios entre las moléculas son grandes (en comparación con el tamaño de las moléculas), y las moléculas se mueven con un movimiento térmico al azar. Las oscilaciones producidas por una onda sonora se superponen a estos movimientos térmicos al azar. El impulso dado a una molécula se transmite a otra molécula luego de que la primera se mueve en el espacio vacío entre ellas y choca con la segunda. Existe entonces una conexión íntima entre la velocidad molecular promedio en un fluido y la velocidad del sonido en ese fluido. En particular, al aumentar la temperatura, la velocidad molecular promedio y la velocidad del sonido en un gas crecen exactamente de la misma manera.

---

**Problema muestra 1** La variación máxima de presión  $\Delta p_m$  que puede tolerar el oído humano en sonidos fuertes es de

---

\* Para un estudio cuidadoso de este punto, véase "Pressure and Displacement in Sound Waves", por C. T. Tindle, *American Journal of Physics*, septiembre de 1984, pág. 749.

alrededor de 28 Pa a 1000 Hz. El sonido más débil que puede captar el oído a 1000 Hz tiene una amplitud de presión de alrededor de  $2.8 \times 10^{-5}$  Pa. Halle las amplitudes de desplazamiento correspondientes.

**Solución** Partiendo de la tabla 1,  $v = 343$  m/s en el aire a la temperatura ambiente, de modo que

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi v}{v} = \frac{2\pi \times 10^3 \text{ Hz}}{343 \text{ m/s}} = 18.3 \text{ rad/m.}$$

La densidad del aire en estas condiciones es de  $1.21 \text{ kg/m}^3$ . De aquí que, para  $\Delta p_m = 28$  Pa, obtengamos, usando la ecuación 12,

$$s_m = \frac{\Delta p_m}{k\rho v^2} = \frac{28 \text{ Pa}}{(18.3 \text{ rad/m})(1.21 \text{ kg/m}^3)(343 \text{ m/s})^2} = 1.1 \times 10^{-5} \text{ m.}$$

Las amplitudes del desplazamiento para los sonidos más fuertes son de alrededor de  $10^{-5}$  m, realmente un valor muy pequeño. Para los sonidos más débiles, obtenemos de manera similar

$$s_m = \frac{2.8 \times 10^{-5} \text{ Pa}}{(18.3 \text{ rad/m})(1.21 \text{ kg/m}^3)(343 \text{ m/s})^2} = 1.1 \times 10^{-11} \text{ m.}$$

Esto es de alrededor de un décimo del radio de un átomo típico y sugiere cuán sensible debe ser el oído para detectar vibraciones de una amplitud tan pequeña.

---



---

## 20-3 POTENCIA E INTENSIDAD DE LAS ONDAS SONORAS

---



---

Seguiremos los métodos del capítulo 19 para calcular la potencia liberada por una onda sonora, siendo ahora la principal diferencia que la velocidad  $u$  de la partícula es a lo largo de la dirección de la onda. Al viajar la onda de presión, cada elemento de fluido ejerce una fuerza sobre el elemento que está adelante de él; la magnitud de la fuerza neta es  $F = A \Delta p$ , donde  $A$  es el área de la sección transversal del elemento de fluido. Usando la ecuación 11 para  $\Delta p$ , hallamos que la fuerza es

$$F = A \Delta p_m \text{ sen}(kx - \omega t). \quad (13)$$

La velocidad de la delgada rebanada de fluido, como se indica en la figura 3, es

$$u = \frac{\partial s}{\partial t} = -\omega s_m [-\text{sen}(kx - \omega t)]. \quad (14)$$

La potencia abastecida al elemento de fluido es

$$P = uF = A\omega \Delta p_m s_m \text{ sen}^2(kx - \omega t). \quad (15)$$

Usando la ecuación 12, podemos escribir esto como:

$$P = \frac{A(\Delta p_m)^2}{\rho v} \text{ sen}^2(kx - \omega t). \quad (16)$$

Como lo hicimos en el capítulo 19 para el caso de una onda transversal que viaja a lo largo de la cuerda, prome-

diamos la potencia dentro de un ciclo; puesto que el valor promedio de  $\sin^2 \theta$  es  $\frac{1}{2}$ , la potencia promedio es

$$\bar{P} = \frac{A(\Delta p_m)^2}{2\rho v} \quad (17)$$

Como en el caso de la onda transversal, la potencia depende del *cuadrado* de la amplitud, en este caso la amplitud de presión. Obsérvese también que la frecuencia no aparece explícitamente en la ecuación 17 (aunque aparecería si, en cambio, expresáramos la potencia promedio en términos de la amplitud del desplazamiento). De aquí que, midiendo las amplitudes de presión, podamos comparar directamente las intensidades de los sonidos que tienen frecuencias *diferentes*. Por esta razón, los instrumentos que miden los cambios de presión son preferibles a los que miden los desplazamientos; además, como lo aprendimos en el problema muestra 1, los desplazamientos de los sonidos audibles más débiles son muy pequeños y sería difícil medirlos directamente.

Cuando comparamos sonidos diferentes, es más útil usar la *intensidad* (la potencia promedio por unidad de área) de la onda. Partiendo de la ecuación 17, podemos obtener de inmediato la intensidad  $I$ :

$$I = \frac{\bar{P}}{A} = \frac{(\Delta p_m)^2}{2\rho v} \quad (18)$$

Puesto que el oído es tan sensible (es capaz de responder a intensidades dentro de un intervalo de 12 órdenes de magnitud), introducimos una escala logarítmica de intensidades llamada *nivel de sonido SL* (de *sound level*)

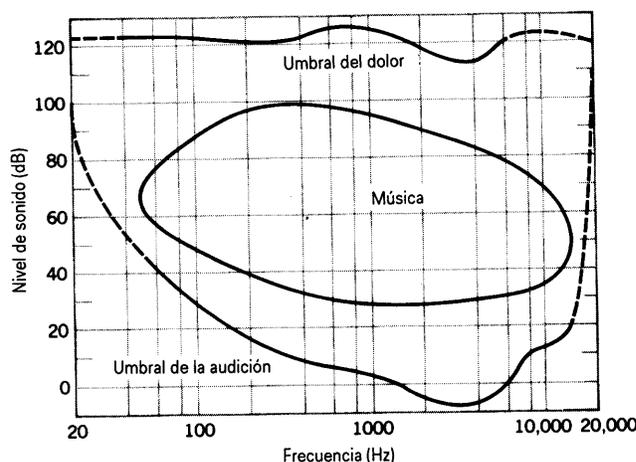
$$SL = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad (19)$$

El  $SL$  se define respecto a una intensidad de referencia  $I_0$ , la cual se escoge igual a  $10^{-12} \text{ W/m}^2$  (valor típico del umbral de la audición humana). Los niveles de sonido definidos de esta manera se miden en unidades de *decibel* (dB). Un sonido de intensidad  $I_0$  tiene un nivel de sonido de 0 dB, mientras que el sonido en la parte superior del espectro de audición humana, llamada umbral del dolor, tiene una intensidad de  $1 \text{ W/m}^2$  y un  $SL$  de 120 dB. Cada aumento de la intensidad  $I$  multiplicada por un factor de 10 corresponde a añadir 10 dB al  $SL$ .

Podemos usar también el dB como una medida *relativa* para comparar diferentes sonidos entre sí, en lugar de usar la intensidad de referencia. Supongamos que deseamos comparar dos sonidos de intensidades  $I_1$  e  $I_2$ :

$$\begin{aligned} SL_1 - SL_2 &= 10 \log \frac{I_1}{I_0} - 10 \log \frac{I_2}{I_0} \\ &= 10 \log \frac{I_1}{I_2} \end{aligned} \quad (20)$$

Por ejemplo, dos sonidos, cuya razón de intensidades sea 2, difieren en  $SL$  en  $10 \log 2 = 3 \text{ dB}$ .



**Figura 4** Banda promedio de los niveles de sonido de la audición humana. Observe la dependencia de los niveles de umbral de la frecuencia. Un sonido que apenas podemos oír a 100 Hz debe tener 1000 veces la potencia acústica (un nivel de sonido de 30 dB mayor) que uno que apenas podemos oír a 1000 Hz, porque nuestro oído es mucho menos sensible a 100 Hz.

La sensibilidad del oído humano varía con la frecuencia. El umbral de  $10^{-12} \text{ W/m}^2$  se aplica únicamente en las frecuencias intermedias de alrededor de 1000 Hz. A frecuencias más elevadas, digamos 10,000 Hz, el umbral se eleva a alrededor de 10 dB ( $10^{-11} \text{ W/m}^2$ ), mientras que a una frecuencia más baja de 100 Hz el umbral está en unos 30 dB ( $10^{-9} \text{ W/m}^2$ ). Se necesitan 1000 veces la intensidad del sonido a 100 Hz para producir la misma respuesta fisiológica que una intensidad de sonido dada a 1000 Hz. La figura 4 muestra la variación con la frecuencia de los umbrales de la audición y del dolor, y la tabla 2 muestra algunos niveles de sonido representativos y sus intensidades correspondientes.

**Problema muestra 2** Se emiten ondas de sonido esféricas uniformemente en todas direcciones a partir de una fuente puntual, siendo de 25 W la potencia irradiada  $P$ . ¿Cuáles son la intensidad y el nivel de sonido de la onda de sonido a una distancia  $r = 2.5 \text{ m}$  desde la fuente?

**Solución** Toda la potencia irradiada  $P$  debe pasar a través de una esfera de radio  $r$  centrada en la fuente. Entonces

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

Vemos que la intensidad del sonido disminuye con el inverso del cuadrado de la distancia desde la fuente. Numéricamente, tenemos que

$$I = \frac{25 \text{ W}}{(4\pi)(2.5 \text{ m})^2} = 0.32 \text{ W/m}^2$$

**TABLA 2 ALGUNAS INTENSIDADES Y NIVELES DE SONIDO**

<i>Sonido</i>	<i>Intensidad</i> (W/m <sup>2</sup> )	<i>Intensidad</i> <i>relativa</i> (I/I <sub>0</sub> )	<i>Nivel de</i> <i>sonido</i> (dB)
Umbral de la audición	1 × 10 <sup>-12</sup>	10 <sup>0</sup>	0
El murmullo de las hojas	1 × 10 <sup>-11</sup>	10 <sup>1</sup>	10
Un murmullo (a 1 m)	1 × 10 <sup>-10</sup>	10 <sup>2</sup>	20
Calle de la ciudad, sin tránsito	1 × 10 <sup>-9</sup>	10 <sup>3</sup>	30
Oficina, aula	1 × 10 <sup>-7</sup>	10 <sup>5</sup>	50
Conversación normal (a 1 m)	1 × 10 <sup>-6</sup>	10 <sup>6</sup>	60
Martillo perforador (a 1 m)	1 × 10 <sup>-3</sup>	10 <sup>9</sup>	90
Grupo de rock	1 × 10 <sup>-1</sup>	10 <sup>11</sup>	110
Umbral del dolor	1	10 <sup>12</sup>	120
Motor de propulsión a chorro (a 50 m)	10	10 <sup>13</sup>	130
El cohete Saturno (a 50 m)	1 × 10 <sup>8</sup>	10 <sup>20</sup>	200

$$\begin{aligned}
 y \quad SL &= 10 \log \frac{I}{I_0} \\
 &= 10 \log \frac{0.32 \text{ W/m}^2}{10^{-12} \text{ W/m}^2} = 115 \text{ dB.}
 \end{aligned}$$

Una comparación de este resultado con la tabla 2 sugiere el planteamiento de dudas acerca de la cordura de comprar amplificadores de 100 W para uso en el hogar.

### 20-4 ONDAS LONGITUDINALES ESTACIONARIAS

Consideraremos ahora lo que sucede cuando una onda sonora como la mostrada en la figura 1 llega al extremo del tubo. En analogía con la onda transversal de la cuerda (véase la figura 22 del capítulo 19), ocurre una reflexión, y la onda reflejada viaja de regreso por el tubo en dirección opuesta. El comportamiento de la onda en el extremo reflejante depende de si el extremo del tubo está abierto o cerrado.

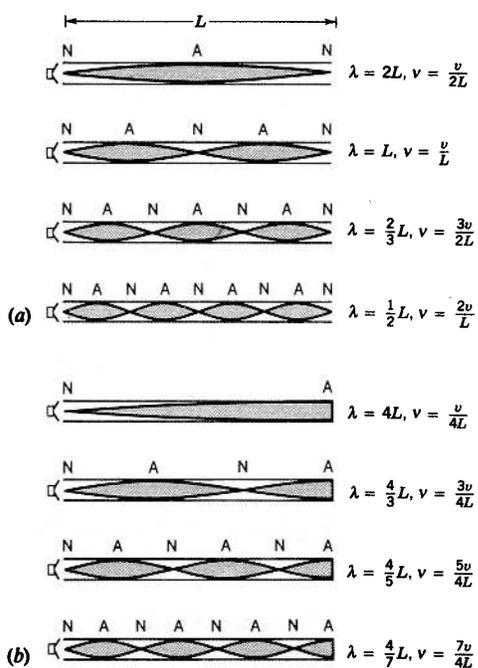
Consideremos primero un tubo cerrado por un extremo. Al viajar la onda por el tubo y llegar al extremo, puede comprimir a las capas de aire en el extremo cerrado contra la barrera fija. En ese extremo, la presión puede por lo tanto variar con su amplitud máxima, y *el extremo cerrado es un antinodo de presión*. En un extremo cerrado una onda de presión se refleja de manera similar en que se refleja una onda de desplazamiento transversal en el extremo libre de una cuerda (Fig. 22b del capítulo 19). Si, por ejemplo, una compresión incide sobre el extremo cerrado, se refleja de regreso a lo largo del tubo como una compresión. En analogía con nuestra discusión de las ondas transversales en las cuerdas, decimos que *una onda de presión longitudinal se refleja desde un extremo cerrado sin cambiar de fase*. El mismo efecto ocurre en el caso de una onda longitudinal que viaja en una cuerda,

como puede ser en un juguete *Slinky*, y se refleja a partir del extremo *fijo*: una compresión se refleja como una compresión.

Consideremos ahora lo que sucede si el extremo del tubo está abierto. La presión en el extremo abierto del tubo es la misma que la presión del ambiente  $p_0$  en el salón que lo rodea. No podemos cambiar la presión en ese extremo del tubo a menos que cambiemos la presión en todo el salón. La presión en el extremo abierto permanece por lo tanto en el valor  $p_0$ , y *el extremo abierto es un nodo de presión*. La comparación con la figura 22 del capítulo 19 muestra que este caso es análogo a la onda de desplazamiento transversal que se refleja en el extremo fijo de la cuerda. El intento de la onda incidente sobre el extremo abierto de comprimir el aire en ese extremo causa un enrarecimiento, el cual viaja de regreso por el tubo en dirección opuesta. Así, *una onda de presión longitudinal se refleja en el extremo abierto con un cambio de fase de 180°*. Una vez más puede observarse el mismo efecto en un resorte enrollado: una compresión se refleja como un enrarecimiento.

Supongamos ahora que tenemos un tren de ondas sinusoidales que viaja por el tubo. Las ondas se reflejan en el extremo, el cual se comportará ya sea como un nodo de presión (si el extremo está abierto) o bien como un antinodo de presión (si el extremo está cerrado). Supongamos que la fuente del tren de ondas sea un altoparlante en el extremo opuesto. El movimiento de la bocina envía una onda de compresión por el tubo, y la superposición de las ondas original y reflejada produce un patrón de ondas estacionarias, precisamente como en el caso de las ondas transversales en la cuerda. Dentro del tubo habrá un patrón de nodos y antinodos de presión (que no son puntos, como en el caso de las ondas transversales en una cuerda, sino planos).

Si se elige que la frecuencia (o la longitud de onda) de la fuente de ondas tenga un valor particular que dependa de la longitud del tubo, entonces se establece un patrón de ondas estacionarias a lo largo de todo el tubo, en analogía



**Figura 5** (a) Ondas de presión de los primeros cuatro modos resonantes de un tubo impulsado por una bocina y abierto en el otro extremo. Existe un nodo N de presión en cada extremo, y los antinodos A se ubican entre los nodos. Las curvas sugieren la variación sinusoidal de presión dentro del tubo. (b) Ondas de presión de los primeros cuatro modos resonantes de un tubo que está cerrado en un extremo. El extremo cerrado es un antinodo de presión. Obsérvense las diferencias en los patrones vibratorios y en las longitudes de onda entre los tubos abierto y cerrado.

con el caso de los patrones de una onda estacionaria mostrados en la figura 23 del capítulo 19. Si existe un nodo de presión en el extremo de la bocina, entonces se regresa poca energía a la bocina a partir del patrón de onda estacionaria dentro del tubo, y tenemos una condición de resonancia. La frecuencia impulsora debe ser igual a una de las frecuencias naturales del sistema, las cuales están determinadas por la longitud del tubo.

La figura 5a muestra un tubo impulsado por una bocina en un extremo y abierto en el otro extremo. Como vimos previamente, el extremo de la bocina es un nodo de presión en resonancia y el extremo abierto es igualmente un nodo de presión. En la figura 5a se muestran las variaciones de la amplitud de presión resultantes de las ondas estacionarias.\* Estos patrones se parecen mucho a

\* Con un tubo de llama Rubens puede obtenerse una bella demostración de las ubicaciones de los nodos y antinodos de presión. Véase "Rubens Flame-tube Demonstration", por George W. Ficken y Francis C. Stephenson, *The Physics Teacher*, mayo de 1979, pág. 306.

los de la figura 23 del capítulo 19. En el primer modo de oscilación, la longitud  $L$  del tubo es igual a  $\lambda/2$ , donde  $\lambda$  es la longitud de onda de la onda producida por la bocina en esta condición de resonancia en particular. La longitud de onda es por lo tanto  $2L$ , y la frecuencia correspondiente es  $\nu = v/\lambda = v/2L$ . Las otras resonancias que se muestran en la figura 5a tienen longitudes de onda más pequeñas en forma sucesiva, lo cual puede escribirse en general como:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (21)$$

Las frecuencias de resonancia correspondientes, determinadas al usar la expresión  $\nu = v/\lambda$  con las longitudes de onda de arriba, son

$$\nu_n = n \frac{v}{2L}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{tubo abierto}). \quad (22)$$

Aquí  $v$  representa la velocidad de la onda en el medio que llena el tubo, usualmente aire.

La figura 5b muestra el caso en que el tubo está cerrado en un extremo y abierto en el otro. En este caso, el extremo cerrado debe ser un antinodo de presión. En el primer modo resonante, la longitud  $L$  del tubo es  $\frac{1}{4}\lambda$ , y así la fuente debe estar produciendo una onda cuya longitud de onda es  $4L$ . En el modo siguiente, la longitud de onda cambia de modo que ahora  $L$  es  $\frac{3}{4}\lambda$ , y entonces  $\lambda = \frac{4}{3}L$ . Al continuar la serie, vemos que en este caso la expresión general para las longitudes de onda de los modos resonantes es

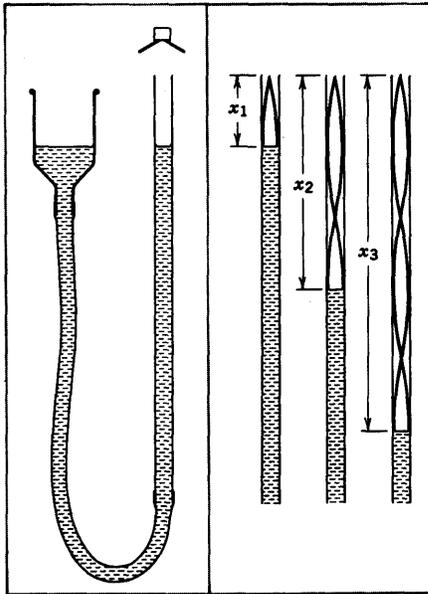
$$\lambda_n = \frac{4L}{n}, \quad n = 1, 3, 5, \dots \quad (23)$$

Nótese que sólo aparecen los valores impares del entero  $n$  en este caso. Las frecuencias resonantes correspondientes son

$$\nu_n = n \frac{v}{4L}, \quad n = 1, 3, 5, \dots \quad (\text{tubo cerrado}). \quad (24)$$

Como lo estudiaremos en la sección siguiente, las frecuencias resonantes dadas por las ecuaciones 22 ó 24 determinan las notas musicales tocadas por los instrumentos de aliento.

La ubicación real del nodo de presión en un extremo abierto no está *exactamente* en el extremo del tubo. La onda se extiende ligeramente en el medio más allá del tubo, así que la verdadera longitud del tubo es un poco mayor y las frecuencias resonantes son un poco menores. En tubos angostos de forma cilíndrica, la corrección de la longitud es aproximadamente igual a  $0.6R$ , donde  $R$  es el radio del tubo. En un tubo abierto en ambos extremos, la corrección de la longitud debe aplicarse en cada extremo. En un tubo de 0.6 m de longitud y 1 cm de radio (valores típicos para los instrumentos de aliento más pequeños, como el clarinete o la flauta), la frecuencia más baja sin la corrección del extremo sería de 286 Hz si



**Figura 6** Problema muestra 3. Aparato para medir la velocidad del sonido en el aire. El nivel del agua puede ajustarse elevando o bajando el recipiente de la izquierda, el cual está conectado al tubo por medio de una manguera. A la derecha se muestran las formas de la onda de presión de los primeros tres modos resonantes para una longitud de onda determinada.

el tubo fuese abierto y de 143 Hz si el tubo fuese cerrado. Con la corrección del extremo, los valores correspondientes serían de 280 Hz y 142 Hz. Las correcciones son pequeñas, y sin embargo muy importantes.

**Problema muestra 3** La figura 6 muestra un aparato que puede emplearse para medir la velocidad del sonido en el aire usando la condición de resonancia. Encima de un tubo cilíndrico parcialmente lleno de agua se sostiene una pequeña bocina. Al ajustar el nivel de agua, la longitud de la columna de aire puede cambiarse hasta que el tubo esté en resonancia, en cuyo punto puede oírse un incremento en la intensidad del sonido. En un experimento, la bocina se impulsa a una frecuencia fija de 1080 Hz, y se observan tres resonancias cuando el nivel de agua está a las distancias  $x_1 = 6.5$  cm,  $x_2 = 22.2$  cm, y  $x_3 = 37.7$  cm por debajo de la parte superior del tubo. Halle el valor de la velocidad del sonido a partir de estos datos.

**Solución** La columna de aire actúa como un tubo de longitud variable cerrado en un extremo. El patrón de ondas estacionarias muestra un nodo de presión cerca de la bocina y un antinodo de presión en la superficie del agua. Puesto que no conocemos la corrección del extremo, no podemos usar directamente los datos dados para hallar la velocidad del sonido a partir de la ecuación 24. Sin embargo, observamos por las condiciones de resonancia mostradas en la figura 5b que la distancia entre nodos de presión adyacentes es de  $\frac{1}{2}\lambda$ ; lo mismo sucede para la distancia entre antinodos adyacentes. A partir de los datos dados, concluimos por lo tanto, partiendo de las primeras dos resonancias, que

$$\frac{1}{2}\lambda = x_2 - x_1 = 22.2 \text{ cm} - 6.5 \text{ cm} = 15.7 \text{ cm},$$

y similarmente, partiendo de la segunda y tercera resonancias,

$$\frac{1}{2}\lambda = x_3 - x_2 = 37.7 \text{ cm} - 22.2 \text{ cm} = 15.5 \text{ cm}.$$

El promedio de estos dos valores, que tomamos como nuestro mejor valor de esta medición, es de 15.6 cm, correspondiente a una longitud de onda de  $2(15.6 \text{ cm}) = 31.2 \text{ cm} = 0.312 \text{ m}$ . Por lo tanto, deducimos que la velocidad del sonido es de

$$v = \lambda\nu = (0.312 \text{ m})(1080 \text{ Hz}) = 337 \text{ m/s}.$$

Aparte de la corrección del extremo, ¿qué factores físicos de este experimento (incluyendo las propiedades del aire) podrían influir en el valor medido?

## 20-5 SISTEMAS VIBRATORIOS Y FUENTES DE SONIDO\*

Un sistema vibratorio transmite una onda a través del aire hasta los oídos del oyente. Éste es el principio básico de la producción de sonido por medio de la voz o de un instrumento musical. Ya hemos estudiado la propagación de la onda sonora; aquí estudiaremos ahora el sistema vibratorio que la produce para entender la naturaleza del sonido.

Como vimos en la sección 19-10 en el caso de la cuerda vibratoria y en la sección anterior en el caso de una columna de aire, un sistema distribuido tiene un número grande (quizás infinito) de frecuencias vibratorias naturales o de resonancia. Éstas son las frecuencias a las cuales puede vibrar. La frecuencia que se halla en la vibración depende de cómo se pone el sistema en vibración.

Supongamos que el sistema es capaz de vibrar en un número de frecuencias  $\nu_1, \nu_2, \nu_3, \dots$ . Escribimos éstas en orden ascendente, de modo que  $\nu_1 < \nu_2 < \nu_3 < \dots$ . La frecuencia más baja  $\nu_1$ , se llama la *frecuencia fundamental*, y el modo de oscilación correspondiente se llama modo fundamental. Las frecuencias más elevadas se llaman *sobretonos*, siendo  $\nu_2$  el primer sobretono superior,  $\nu_3$  el segundo sobretono, y así sucesivamente.

En ciertos sistemas, los sobretonos son todos los múltiplos enteros de la frecuencia fundamental:

$$\nu_n = n\nu_1, \tag{25}$$

donde  $n$  es un entero. En tal caso, los sobretonos se llaman simplemente *armónicos*. El primer miembro de una secuencia armónica es el fundamental, el segundo armónico es el primer sobretono, y así sucesivamente.

\* Para una lista de referencias sobre la física de los instrumentos musicales y temas relacionados, véase "Resource Letter MA-2: Musical Acoustics", por Thomas D. Rossing, *American Journal of Physics*, julio de 1987, pág. 589.

¿Por qué producen algunos sistemas sonidos agradables mientras que otros producen sonidos desagradables o discordantes? Cuando se oyen varias frecuencias simultáneamente, resulta una sensación agradable si las frecuencias están en razón de números pequeños y enteros tales como 3:2 ó 5:4. Si un sistema produce sobretonos que sean armónicos, sus vibraciones incluirán frecuencias que tienen estas razones, y producirán un sonido agradable. Si los sobretonos no son armónicos, es probable que el sonido resulte discordante. Muchos de los esfuerzos en el diseño de instrumentos musicales están dedicados a la producción de secuencias armónicas de sobretonos. Algunos instrumentos, como en el caso de los basados en cuerdas vibratoria, producen sobretonos que son automáticamente armónicos cuando las vibraciones tienen una amplitud pequeña. En otros casos, la forma del instrumento debe diseñarse cuidadosamente para hacerlo armónico; una campana es un ejemplo de tal instrumento. Los armónicos que produce un instrumento le dan su riqueza y diversidad de tono, y son determinantes de la belleza del sonido del instrumento. Si los instrumentos produjesen únicamente sonidos fundamentales, todos sonarían exactamente igual.

Podemos clasificar a los instrumentos musicales en tres categorías: los basados en cuerdas vibratorias, los basados en columnas de aire vibratorias, y los sistemas más complejos que incluyen platillos, barras, y membranas vibratorias.

### Cuerdas vibratorias

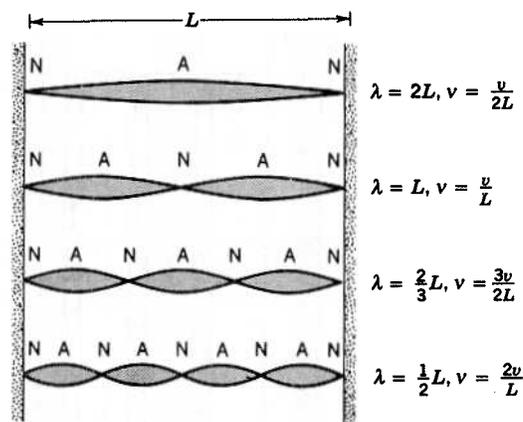
Estos instrumentos incluyen las cuerdas frotadas (por ejemplo, los violines), las cuerdas punteadas (la guitarra, el clavicordio), y las cuerdas percutidas (el piano).

Si una cuerda fija en ambos extremos es frotada, punteada, o percutida, a lo largo de la cuerda viajan vibraciones transversales; estas perturbaciones se reflejan en los extremos fijos, y se forma un patrón de onda estacionaria. Los modos naturales de vibración de la cuerda son excitados, y estas vibraciones dan origen a ondas longitudinales en el aire del entorno, el cual los transmite a nuestros oídos en forma de sonido musical.

Hemos visto (sección 19-10) que una cuerda de longitud  $L$ , fija en ambos extremos, puede resonar a frecuencias dadas por

$$v_n = n \frac{v}{2L}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (26)$$

Aquí  $v$  es la velocidad en la cuerda de las ondas que viajan transversalmente de cuya superposición puede pensarse que da origen a las vibraciones; la velocidad  $v (= \sqrt{F/\mu})$  es la misma para todas las frecuencias. (Obsérvese que  $v$  no es la velocidad del sonido en el aire; aunque la ecuación 26 se vea exactamente igual a la ecuación 22,  $v$  representa



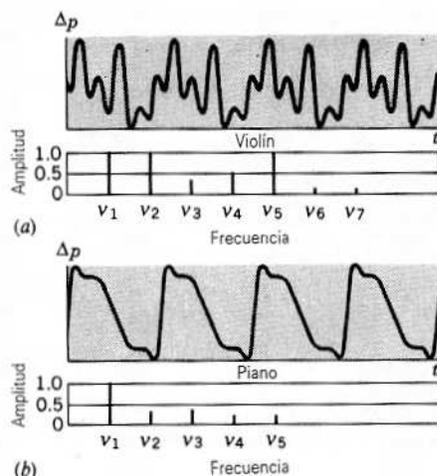
**Figura 7** Los primeros cuatro modos resonantes de una cuerda vibratoria fija en ambos extremos. Los nodos y los antinodos de desplazamiento se denotan por N y A, respectivamente.

cantidades diferentes en las dos ecuaciones.) A cualquiera de estas frecuencias la cuerda contiene un número entero  $n$  de rizos entre sus extremos; tiene nodos en cada extremo y  $n - 1$  nodos adicionales igualmente espaciados a lo largo de su longitud (Fig. 7).

Si la cuerda es inicialmente deformada de modo que su forma sea la misma que *cualquiera* de la de los armónicos posibles, vibrará únicamente a la frecuencia de ese armónico en particular. Sin embargo, las condiciones iniciales suelen surgir de percutir o de frotar la cuerda y en tales casos, no solamente el fundamental sino muchos sobretonos están presentes en la vibración resultante. Tenemos una superposición de varios modos naturales de oscilación. El desplazamiento real es la suma de los varios armónicos con amplitudes diversas. Los impulsos que se envían a través del aire hasta el oído y el cerebro dan lugar a un efecto neto, el cual es característico del instrumento de cuerda en particular. La calidad del sonido de determinada nota (frecuencia fundamental) tocada por un instrumento se define por el número de sobretonos presentes y sus respectivas intensidades. La figura 8 muestra los espectros del sonido y las formas de onda correspondientes al violín y al piano.

### Columnas de aire vibratorias

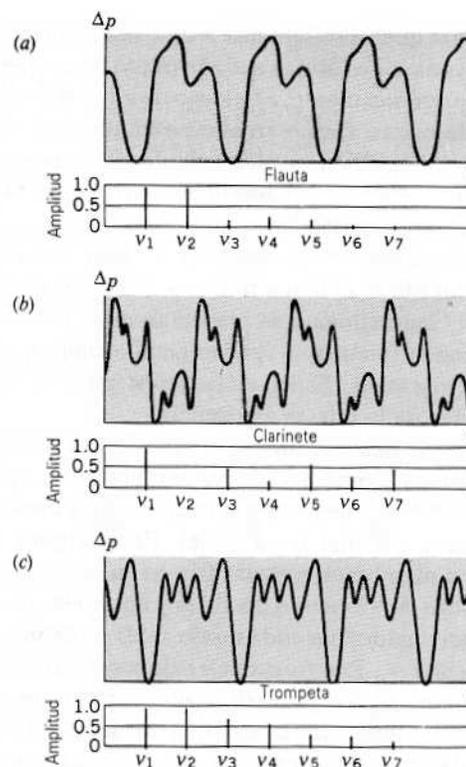
Un tubo de órgano es un ejemplo sencillo de sonido que se origina en una columna de aire vibratoria. Si ambos extremos de un tubo están abiertos y se dirige una corriente de aire contra un borde en un extremo, se forman ondas longitudinales en el tubo. La columna de aire resuena entonces a sus frecuencias de vibración naturales, dadas por la ecuación 22. Como en el caso de la cuerda frotada, el sonido fundamental y los sobretonos (que son armóni-



**Figura 8** Formas de onda y espectros de sonido de dos instrumentos de cuerda, (a) violín, y (b) piano; cada uno de ellos toca una nota de frecuencia fundamental  $v_1 = 440$  Hz (la nota La de la escala musical). El espectro del sonido abajo de cada forma de onda muestra los armónicos que están presentes en el tono complejo y sus correspondientes amplitudes.

cos) se producen al mismo tiempo. Si un extremo del tubo se cierra, la frecuencia fundamental se reduce en un medio, con relación a su valor para un tubo abierto de la misma longitud, y únicamente estarán presentes los armónicos impares, los cuales cambian la calidad del sonido. Es decir, un tubo abierto produce el mismo tono fundamental que un tubo cerrado de la mitad de longitud, pero a causa de que la mezcla de los armónicos es diferente en los dos tubos, la calidad de los tonos difiere.

Los instrumentos de lengüeta, como el clarinete, producen tonos de modo distinto. El aire se sopla a través de una abertura angosta, uno de cuyos lados está cubierto por una lengüeta que tiene propiedades elásticas. Según la ecuación de Bernoulli el aire, al pasar a alta velocidad a través de una abertura angosta, forma una región local de baja presión dentro de la embocadura. La presión exterior supera a la presión interior, lo cual fuerza a la lengüeta hacia adentro de modo que cubre la abertura. Tan pronto como se cubre la abertura, se interrumpe el flujo de aire, se elimina la región de baja presión dinámica, y la lengüeta se abre súbitamente permitiendo que el flujo de aire comience de nuevo. Este abrir y cerrar repetido del conducto de aire causa variaciones de presión máximas en la embocadura del instrumento, el cual se comporta por lo tanto como un antinodo de presión. En un clarinete, el otro extremo del instrumento está abierto, y por lo tanto las resonancias del instrumento son aquellas dadas por la ecuación 24 para un tubo cerrado en un extremo y abierto en el otro. Ciertos instrumentos de aliento, como la flauta, usan un método similar al tubo de órgano para producir el



**Figura 9** Formas de onda de algunos instrumentos de aliento: (a) flauta, (b) clarinete, y (c) trompeta, y sus espectros de sonido, como en la figura 8. Obsérvese que el espectro del clarinete contiene principalmente armónicos impares, mientras que la flauta y la trompeta tienen armónicos tanto impares como pares.

tono, de modo que la embocadura se comporta como un extremo abierto; sus frecuencias resonantes están dadas por la ecuación 22. Otros más, como el oboe y el saxofón, que usan una lengüeta para producir su tono, tienen un barreno cónico (es decir, ahusado) en lugar de cilíndrico, lo cual produce en ellos sobretonos que son aproximadamente armónicos, tanto impares como pares. Los instrumentos de metal (por ejemplo, la trompeta o el trombón) se llaman también instrumentos de *lengüeta labial*, porque los labios del ejecutante actúan como lengüeta, pero de nuevo el barreno está ligeramente ahusado, y como resultado los sobretonos contienen todos los armónicos. La figura 9 muestra las formas de onda de algunos instrumentos de viento.

### Otros sistemas vibratorios

Las barras vibratorias, los platillos, y las membranas estiradas producen también ondas sonoras. Consideremos una membrana flexible estirada, como la de un tambor. Si se golpea, a partir del punto golpeado viaja una pulsación

bidimensional que se refleja una y otra vez en la frontera de la membrana. Si se obliga a algún punto de la membrana a vibrar periódicamente, a lo largo de ella viajan trenes continuos de ondas. Como en el caso unidimensional de la cuerda, aquí también pueden establecerse ondas estacionarias en la membrana bidimensional. Cada una de estas ondas estacionarias tiene una cierta frecuencia natural (o característica) de la membrana. Una vez más la frecuencia más baja se llama fundamental, y las otras son sobretonos. Generalmente se presentan muchos sobretonos junto con la frecuencia fundamental cuando la membrana está vibrando. Estas vibraciones pueden excitar ondas sonoras de la misma frecuencia.

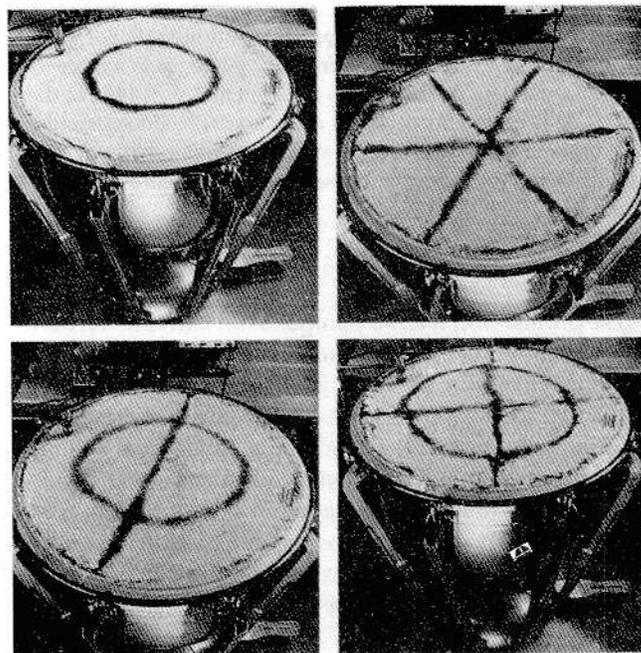
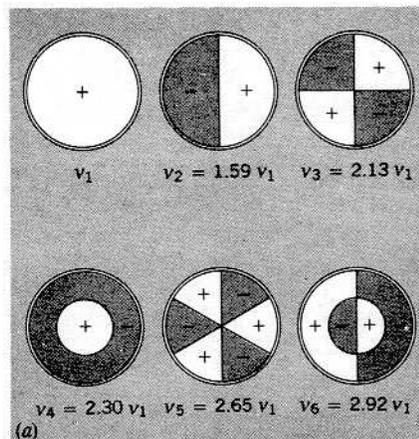
Los nodos de una membrana vibratoria son líneas más bien que puntos (como en la cuerda vibratoria) o planos (como en un tubo). Puesto que la frontera de la membrana está fija, debe ser una línea nodal. En la figura 10 se muestra una membrana circular fija en sus bordes, junto con los modos de vibración posibles y sus líneas nodales. La frecuencia natural de cada modo se da en términos de la fundamental  $\nu_1$ . Las frecuencias de los sobretonos no son armónicos; esto es, no son múltiplos enteros de  $\nu_1$ . Las barras vibratorias tienen también un juego de frecuencias naturales que no son armónicos. Por esta razón, las barras y los platillos tienen un uso limitado como instrumentos musicales. En instrumentos como el xilófono y la marimba, se ponen en vibración pequeñas barras de madera o de metal que se golpean. La forma de las barras es cuidadosamente modificada, haciéndolas más delgadas en el centro, de modo que los sobretonos resulten aproximadamente armónicos.

20-6 PULSACIONES

Hemos considerado previamente el efecto de ondas que se superponen para producir regiones de intensidad máxima y mínima (cero), tal como en el caso de una onda estacionaria en un tubo. Esto ilustra un tipo de interferencia que podemos llamar *interferencia en el espacio*.

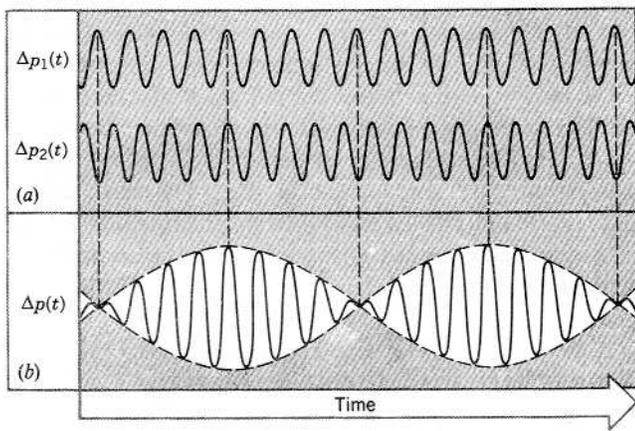
El mismo principio de superposición nos conduce a otro tipo de interferencia, al cual podemos llamar *interferencia en el tiempo*. En este caso examinamos la superposición de dos ondas en un punto dado en función del tiempo. Esta superposición, que en general puede dar por resultado formas de onda bastante complejas, adquiere una forma sencilla, particularmente cuando las dos ondas tienen casi la misma frecuencia. Con el sonido una condición así se da cuando, por ejemplo, se afinan entre sí dos instrumentos o dos cuerdas de guitarra.

Consideremos un punto en el espacio a través del cual estén pasando ondas. La figura 11a muestra la presión producida en ese punto por las dos ondas separadamente, en función del tiempo. Para simplificar hemos supuesto



**Figura 10** (a) Los seis modos resonantes más bajos de un parche circular sujeto en los bordes. Las líneas representan nodos; el borde es también una línea nodal. Los signos + o - indican que una región particular se está moviendo hacia afuera de la página o hacia adentro de la página. En este caso, los sobretonos no son múltiplos enteros de la frecuencia fundamental y, por lo tanto, no son armónicos. (b) Patrones de vibración de un timbal en los modos numerados 4, 5, y 6, y un modo adicional no ilustrado en (a). Se hacen visibles esparciendo un polvo oscuro sobre el parche y poniendo a éste en vibración a la frecuencia apropiada usando un vibrador mecánico. Al vibrar el parche, el polvo es sacudido y finalmente reposa sobre las líneas nodales, donde no existe movimiento.

que las dos ondas tienen igual amplitud, aunque esto no es necesario. La presión resultante en ese punto en función



**Figura 11** (a) Dos formas de onda sinusoidales de frecuencias casi iguales. (b) Superposición de las dos formas de onda. Nótese que las dos ondas de la parte (a) van de estar en fase, dando una resultante de gran amplitud, a estar fuera de fase, dando una resultante de amplitud cero. Las curvas puntuadas muestran la variación sinusoidal de la envolvente modulante con frecuencia angular  $\omega_{amp}$ .

del tiempo es la suma de las presiones individuales y su gráfica se ilustra en la figura 11b. Vemos que la amplitud de la onda resultante no es constante sino que varía con el tiempo. En el caso del sonido la amplitud variable da lugar a variaciones en la sonoridad, llamadas *pulsaciones*.

Representemos la variación de la presión con el tiempo (para  $x$  constante) producida por una onda como:

$$\Delta p_1(t) = \Delta p_m \text{ sen } \omega_1 t,$$

donde hemos elegido a la constante de fase para tener la posibilidad de escribir a la onda en esta forma sencilla. La variación de la presión en el mismo punto producida por la otra onda de igual amplitud se representa como

$$\Delta p_2(t) = \Delta p_m \text{ sen } \omega_2 t.$$

Según el principio de superposición, la presión resultante es

$$\begin{aligned} \Delta p(t) &= \Delta p_1(t) + \Delta p_2(t) \\ &= \Delta p_m (\text{sen } \omega_1 t + \text{sen } \omega_2 t). \end{aligned} \quad (27)$$

Usando la identidad trigonométrica

$$\text{sen } A + \text{sen } B = 2 \cos \frac{A - B}{2} \text{ sen } \frac{A + B}{2},$$

La ecuación 27 puede describirse como

$$\Delta p(t) = \left[ 2\Delta p_m \cos \left( \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \right) \right] \text{sen} \left( \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t \right). \quad (28)$$

Hasta ahora, todo lo que hemos hecho se aplica a dos ondas cualesquiera, sin importar cuáles sean sus frecuen-

cias. Cuando las frecuencias son casi las mismas, la ecuación 28 puede simplificarse escribiendo el segundo factor en términos de la frecuencia angular promedio  $\bar{\omega}$  de las dos ondas,

$$\bar{\omega} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}. \quad (29)$$

El primer factor, contenido entre los corchetes de la ecuación 28, da una amplitud variable con el tiempo a la variación sinusoidal del segundo factor. Este factor de la amplitud varía con una frecuencia angular

$$\omega_{amp} = \frac{|\omega_1 - \omega_2|}{2}. \quad (30)$$

En términos de  $\bar{\omega}$  y de  $\omega_{amp}$ , podemos escribir la ecuación 28 como:

$$\Delta p(t) = [2\Delta p_m \cos \omega_{amp} t] \text{sen } \bar{\omega} t. \quad (31)$$

Si  $\omega_1$  y  $\omega_2$  son casi iguales, la frecuencia de la amplitud  $\omega_{amp}$  es pequeña, y la amplitud fluctúa lentamente. La figura 11 muestra la superposición de las dos ondas de acuerdo con la ecuación 28. Obsérvese que, en el caso de frecuencias casi iguales, la variación rápida de la onda resultante ocurre con una frecuencia que es aproximadamente la de cualquiera de las dos ondas sumadas. La amplitud total de la resultante varía lentamente con la frecuencia de la amplitud  $\omega_{amp}$ , la cual define una “envolvente” dentro de la cual ocurre la variación más rápida. Este fenómeno es una forma de *modulación de la amplitud*, que tiene una contraparte (bandas laterales) en los receptores de radio de AM.

En el caso mostrado en la figura 11b, el oído percibiría un tono con una frecuencia  $\nu (= \bar{\omega} / 2\pi)$ , que es aproximadamente igual que las frecuencias  $\nu_1 (= \omega_1 / 2\pi)$  o  $\nu_2 (= \omega_2 / 2\pi)$  de las dos ondas componentes. El tono crece alternativamente fuerte y débil al variar con el tiempo la amplitud de la resultante, dando máximos y mínimos como se muestra en la figura 11b.

Siempre que  $\cos \omega_{amp} t$  sea igual a +1 o a -1 ocurre una pulsación, es decir, un máximo de intensidad, puesto que la intensidad depende del *cuadrado* de la amplitud. Cada uno de estos valores ocurre una vez en cada ciclo de la envolvente (véase la fig. 11), de modo que el número de pulsaciones por segundo es el doble del número de ciclos por segundo de la envolvente. La frecuencia angular de la pulsación  $\omega_{puls}$  es entonces

$$\omega_{puls} = 2\omega_{amp} = |\omega_1 - \omega_2|. \quad (32)$$

Usando  $\omega = 2\pi\nu$ , podemos reescribir esta expresión como:

$$\nu_{puls} = |\nu_1 - \nu_2|. \quad (33)$$

De aquí que *el número de pulsaciones por segundo sea igual a la diferencia de las frecuencias de las ondas componentes*. Las pulsaciones entre dos tonos pueden ser

detectadas por el oído hasta una frecuencia de unos 15 Hz. A frecuencias más elevadas no pueden distinguirse las pulsaciones individuales en el sonido producido. Los músicos tratan de escuchar a menudo las pulsaciones al afinar ciertos instrumentos. La afinación es cambiada hasta que la frecuencia de la pulsación disminuye y las pulsaciones desaparecen.

**Problema muestra 4** Una cuerda de violín que va a ser afinada con la nota La de la escala musical (440 Hz) está ligeramente fuera de tono. Se escuchan 3 pulsaciones por segundo cuando la cuerda de violín se toca en su modo fundamental junto con un diapasón en La. (a) ¿Cuáles son los valores posibles de la frecuencia fundamental de la cuerda? (b) Supóngase que la cuerda fuese tocada en su primer sobretono simultáneamente con un diapasón de una octava arriba de La (880 Hz). ¿Cuántas pulsaciones por segundo se oirían? (c) Cuando se aumenta ligeramente la tensión de la cuerda, el número de pulsaciones por segundo en el modo fundamental aumenta. ¿Cuál era la frecuencia original de la fundamental?

**Solución** (a) Partiendo de la ecuación 33, sabemos que la frecuencia  $\nu_1$  de la cuerda difiere en la frecuencia de pulsación (3 Hz) de la frecuencia  $\nu_2$  del diapasón (440 Hz), pero no podemos decir que la cuerda tenga una frecuencia más alta o más baja a partir únicamente del número de pulsaciones por segundo. Así, las frecuencias posibles son

$$\nu_1 = 440 \text{ Hz} \pm 3 \text{ Hz} = 443 \text{ Hz} \quad \text{or} \quad 437 \text{ Hz}.$$

(b) En el primer sobretono, la frecuencia de la cuerda es el doble de su frecuencia fundamental, y por lo tanto, puede ser 886 Hz o bien 874 Hz. Cuando se toca enfrente de un diapasón de 880 Hz, la diferencia de la frecuencia en cualquier caso es de 6 Hz, y por lo tanto se escucharían 6 pulsaciones por segundo.

(c) El hecho de aumentar la tensión de la cuerda eleva la velocidad de las ondas transversales  $v$ , y por lo tanto, eleva la frecuencia fundamental (véase la ecuación 26). Puesto que se nos dice que esto eleva la frecuencia de pulsación, concluimos que la frecuencia del modo fundamental era anteriormente mayor de 440 Hz, puesto que el aumento de la frecuencia hizo que la diferencia con respecto a 440 Hz fuese aún más grande. Entonces, la cuerda estaba afinada originalmente a 443 Hz, y la tensión debe ser reducida para llevarla a su afinación correcta.

## 20-7 EL EFECTO DOPPLER

Cuando un oyente está móvil hacia una fuente estacionaria de sonido, el tono (frecuencia) del sonido escuchado es más alto que cuando el oyente está en reposo. Si el oyente está móvil alejándose de la fuente estacionaria, se oirá un tono más bajo. Obtenemos resultados similares cuando la fuente está móvil acercándose o alejándose de un oyente estacionario. El tono del silbato de una locomotora o de la sirena de un carro de bomberos es más alto cuando la fuente se aproxima al oyente que cuando ha pasado y se aleja.

En un trabajo escrito en 1842, Christian Johann Doppler (1803-1853, austriaco) llamó la atención sobre el hecho de que el color de un cuerpo luminoso debe ser cambiado por el movimiento relativo del cuerpo y el observador. Este *efecto Doppler*, como se llama, se aplica a las ondas en general. El propio Doppler menciona la aplicación de su principio a las ondas sonoras. En 1845 Buys Ballot llevó a cabo una prueba experimental en Holanda, “usando una locomotora que transportaba a varios trompeteros en un carro abierto”.

### Observador móvil, fuente en reposo

Consideraremos ahora el efecto Doppler en las ondas sonoras, tratando únicamente el caso especial en el que la fuente y el observador se mueven a lo largo de la línea que los une. Adoptemos un marco de referencia en reposo en el medio a través del cual viaja el sonido. La figura 12 muestra una fuente de sonido  $S$  en reposo en este marco y a un observador  $O$  que se mueve hacia la fuente con una velocidad  $v_o$ . Los círculos representan frentes de onda, separados por la distancia de una longitud de onda, que viaja a través del medio. Un observador en reposo en el medio recibiría  $vt/\lambda$  ondas en el tiempo  $t$ , donde  $v$  es la velocidad del sonido en el medio y  $\lambda$  es la longitud de onda. Sin embargo, a causa del movimiento hacia la fuente, el observador recibe  $v_o t/\lambda$  ondas adicionales en este mismo tiempo  $t$ . La frecuencia  $\nu'$  que se oye realmente es el número de ondas recibidas por unidad de tiempo, o sea

$$\nu' = \frac{vt/\lambda + v_o t/\lambda}{t} = \frac{v + v_o}{\lambda} = \frac{v + v_o}{v/\nu}.$$

Esto es,

$$\nu' = \nu \frac{v + v_o}{v} = \nu \left( 1 + \frac{v_o}{v} \right). \quad (34)$$

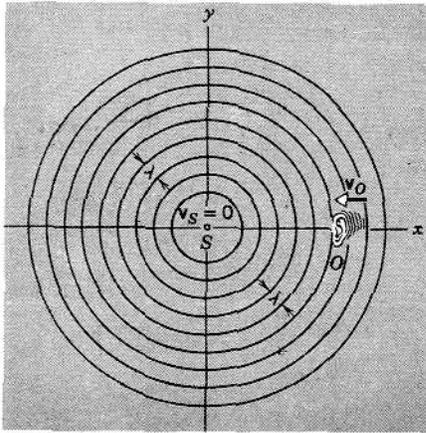
La frecuencia  $\nu'$  captada por el oído del observador es la frecuencia  $\nu$  oída en reposo más el incremento  $\nu(v_o/v)$  que surge del movimiento del observador. Cuando el observador está móvil *alejándose* de la fuente estacionaria, existe una *disminución* de la frecuencia  $\nu(v_o/v)$  correspondiente a las ondas que no llegan al observador en cada unidad de tiempo a causa del alejamiento. Entonces

$$\nu' = \nu \frac{v - v_o}{v} = \nu \left( 1 - \frac{v_o}{v} \right). \quad (35)$$

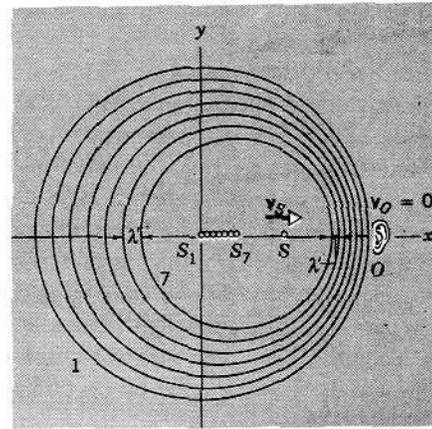
De aquí que la relación general que prevalece cuando la *fuente está en reposo* respecto al medio pero el *observador se mueve* a través de él sea

$$\nu' = \nu \frac{v \pm v_o}{v}, \quad (36)$$

donde el signo más se tiene para el movimiento hacia la fuente y el signo menos se tiene para el movimiento que



**Figura 12** Una fuente estacionaria de sonido  $S$  emite frentes de onda esféricos, mostrados con la separación de una longitud de onda. Un observador  $O$ , representado por la oreja, se mueve con velocidad  $v_o$  hacia la fuente. El observador en movimiento encuentra más ondas por segundo que un observador en reposo y por lo tanto mide una frecuencia más elevada. El observador mediría una frecuencia *más baja* para el movimiento que se aleja de la fuente.



**Figura 13** Aquí el observador  $O$  está en reposo, y la fuente se mueve hacia él con una velocidad  $v_s$ . El frente de onda 1 fue emitido cuando la fuente estaba en  $S_1$ , el frente de onda 7 cuando la fuente estaba en  $S_7$ , y así sucesivamente. En el instante de esta ilustración, la fuente está en  $S$ . El observador mide una longitud de onda más corta a causa del “apiñamiento” de los frentes de onda a lo largo del movimiento. Un observador situado en el eje  $x$  negativo, a partir del cual se estaría alejando la fuente, mediría una longitud de onda más larga.

se aleja de la fuente. Nótese que el cambio de frecuencia ocurre porque el observador intercepta más o menos ondas en cada segundo como resultado del movimiento a través del medio.

### Fuente móvil, observador en reposo

Cuando la fuente está móvil *hacia* un observador estacionario, el efecto es un acortamiento de la longitud de onda (véase la Fig. 13), ya que la fuente está viajando tras las ondas que se aproximan, y, por lo tanto, las crestas se juntan más entre sí. Si la frecuencia de la fuente es  $\nu$  y su velocidad es  $v_s$ , entonces durante cada vibración viaja una distancia  $v_s/\nu$ , y cada longitud de onda se acorta en esta cantidad. De aquí que la longitud de onda del sonido que llega al observador no sea  $\lambda = v/\nu$  sino  $\lambda' = v/\nu - v_s/\nu$ . La frecuencia del sonido que el observador oye aumenta y está dada por

$$\nu' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{(v - v_s)/\nu} = \nu \frac{v}{v - v_s}. \quad (37)$$

Si la fuente se mueve *alejándose* del observador, la longitud de onda emitida es  $v_s/\nu$  mayor que  $\lambda$ , de modo que el observador oye una frecuencia disminuida, es decir,

$$\nu' = \frac{v}{(v + v_s)/\nu} = \nu \frac{v}{v + v_s}. \quad (38)$$

De aquí que la relación general que prevalece cuando el *observador está en reposo* respecto al medio pero la *fente se mueve* a través de él sea

$$\nu' = \nu \frac{v}{v \pm v_s}, \quad (39)$$

donde el signo menos rige para el movimiento hacia el observador y el signo más para el movimiento alejándose del observador. Nótese que el cambio aquí es el acortamiento o el aumento de la longitud de onda transmitida en el medio debido al movimiento de la fuente en el medio.

Si *tanto la fuente como el observador se mueven* en el medio transmisor, puede demostrarse que el observador oye una frecuencia dada por

$$\nu' = \nu \frac{v \pm v_o}{v \mp v_s}, \quad (40)$$

donde los signos superiores (+ en el numerador, - en el denominador) corresponden a la fuente y al observador cuando se acercan, y los signos inferiores cuando se aleja uno del otro. La ecuación 40 incorpora a las cuatro posibilidades distintas, como lo muestra el problema muestra 5. Obsérvese que la ecuación 40 se reduce a la ecuación 36 cuando  $v_s = 0$  y a la ecuación 39 cuando  $v_o = 0$ , como debe ser.

Si una fuente de sonido se mueve alejándose de un observador y hacia una pared, el observador oye dos notas de frecuencia diferente. La nota oída directamente a partir de la fuente en retroceso baja de tono debido al movimiento. La otra nota se debe a las ondas reflejadas en la pared, y ésta se eleva de tono (porque la fuente se mueve *hacia* la pared, y la pared “oye” la frecuencia más alta). La superposición de estos dos trenes de ondas produce pul-

saciones. Un efecto similar ocurre si una onda que parte de una fuente estacionaria se refleja en un objeto en movimiento. La frecuencia de pulsación puede emplearse para deducir la velocidad del objeto. Éste es el principio básico de los monitores de velocidad por medio de radar, y también se utiliza para rastrear a los satélites.

Lo expuesto en esta sección se aplica al corrimiento Doppler de las ondas sonoras y de otras ondas mecánicas similares. Las ondas de luz muestran también el efecto Doppler; sin embargo, puesto que no existe un medio de propagación para la luz, las fórmulas desarrolladas en esta sección no son aplicables. Véanse los capítulos 21 y 42 para un estudio del efecto Doppler en las ondas de luz.

**Problema muestra 5** La sirena de un auto de la policía emite un tono puro a una frecuencia de 1125 Hz. Halle la frecuencia que usted percibiría en su automóvil bajo las siguientes circunstancias: (a) su auto está en reposo, el de la policía se mueve hacia usted a 29 m/s (65 mi/h); (b) el auto de la policía está en reposo, su auto se mueve hacia él a 29 m/s; (c) su auto y el de la policía se mueven uno hacia el otro a 14.5 m/s; (d) su auto se mueve a 9 m/s, y el de la policía le sigue a usted a 38 m/s.

**Solución** Las cuatro partes de este problema pueden resolverse usando la ecuación 40. (a) Aquí  $v_o = 0$  (su auto está en reposo) y  $v_s = 29$  m/s. Escogemos el signo de arriba (menos) en el denominador de la ecuación 40, porque el auto de la policía se está moviendo hacia usted. Entonces obtenemos, usando  $v = 343$  m/s como la velocidad del sonido en aire tranquilo,

$$v' = v \frac{v}{v - v_s} = (1125 \text{ Hz}) \frac{343 \text{ m/s}}{343 \text{ m/s} - 29 \text{ m/s}} = 1229 \text{ Hz.}$$

(b) En este caso  $v_s = 0$  (el auto de la policía está en reposo) y  $v_o = 29$  m/s. Escogemos el signo de arriba (más) en el numerador de la ecuación 40, porque usted se mueve hacia el auto de la policía, y hallamos

$$v' = v \frac{v + v_o}{v} = (1125 \text{ Hz}) \frac{343 \text{ m/s} + 29 \text{ m/s}}{343 \text{ m/s}} = 1220 \text{ Hz.}$$

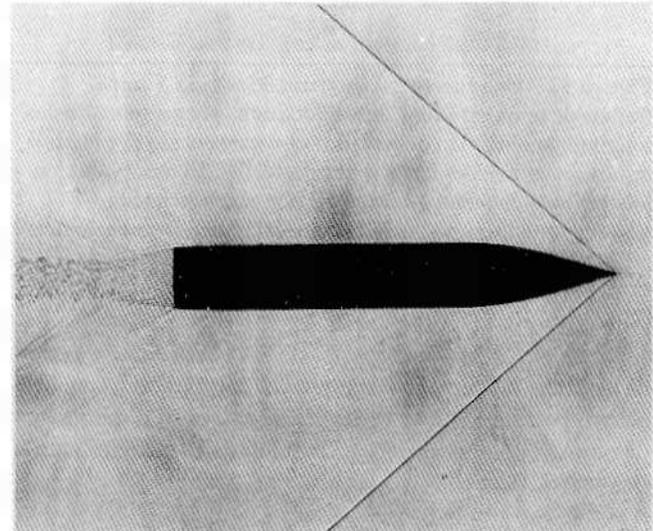
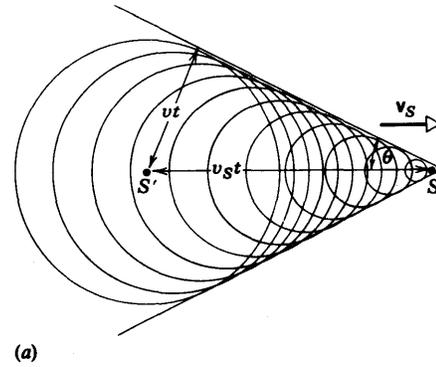
(c) En este caso  $v_s = 14.5$  m/s y  $v_o = 14.5$  m/s. Escogemos los signos de arriba tanto en el numerador como en el denominador de la ecuación 40, porque su auto y el de la policía se mueven uno hacia el otro. Entonces obtenemos

$$v' = v \frac{v + v_o}{v - v_s} = (1125 \text{ Hz}) \frac{343 \text{ m/s} + 14.5 \text{ m/s}}{343 \text{ m/s} - 14.5 \text{ m/s}} = 1224 \text{ Hz.}$$

(d) Aquí  $v_o = 9$  m/s y  $v_s = 38$  m/s. Su auto se mueve alejándose del auto de la policía, así que elegimos el signo de abajo (menos) en el numerador, pero el auto de la policía se está moviendo hacia usted, de modo que elegimos el signo de arriba (menos) en el denominador. El resultado es

$$v' = v \frac{v - v_o}{v - v_s} = (1125 \text{ Hz}) \frac{343 \text{ m/s} - 9 \text{ m/s}}{343 \text{ m/s} - 38 \text{ m/s}} = 1232 \text{ Hz.}$$

Obsérvese que en los cuatro casos de este problema, la velocidad relativa entre usted y el auto de la policía es la misma, es decir, 29 m/s, pero las frecuencias percibidas son diferentes en los cuatro casos. La desviación Doppler del sonido se determina no sólo por la velocidad relativa entre la fuente y el



(b)

**Figura 14** (a) Frentes de onda de una fuente que se mueve a velocidad supersónica. Los frentes de onda son esféricos y su envoltorio es un cono. Compare esta figura con la figura 13. (b) Fotografía de un proyectil disparado por un arma en Mach 2. Obsérvese el cono Mach.

observador, sino también por sus velocidades relativas al medio que transporta al sonido.

**Efectos a grandes velocidades (Opcional)**

Cuando  $v_o$  o  $v_s$  resultan comparables a  $v$  en magnitud, las fórmulas dadas antes para el efecto Doppler deben modificarse. Se requiere una modificación, porque la relación lineal entre la fuerza de restauración y el desplazamiento que hasta ahora hemos supuesto ya no es válida en el medio. La velocidad de propagación de la onda ya no es la velocidad de fase normal, y la onda cambia de forma en el tiempo. Las componentes del movimiento en ángulos rectos a la línea que une a la fuente con el observador contribuyen también al efecto Doppler a estas grandes velocidades. Cuando  $v_o$  o  $v_s$  excede a  $v$ , la fórmula Doppler ya no tiene validez; por ejemplo, si  $v_s > v$ , la fuente se adelanta a la onda en una dirección; si  $v_o > v$  y el observador se aleja de la fuente, la onda nunca llega al observador.

Hay muchos ejemplos en los que la fuente se mueve en el medio a una velocidad mayor que la velocidad de fase de la onda en ese medio. En tales casos, el frente de onda toma la forma de un cono en cuyo vértice se halla el cuerpo en movimiento. Otros ejemplos son la onda arqueada de un bote rápido sobre el agua y la “onda de choque” de un aeroplano o proyectil que se mueve por el aire a una velocidad mayor que la del sonido en ese medio (velocidades supersónicas). Otro ejemplo es la radiación Cerenkov, que consiste en ondas de luz emitidas por partículas cargadas que se mueven en un medio con una velocidad mayor que la velocidad de fase de la luz en ese medio. El resplandor azul del agua que a menudo rodea el núcleo de un reactor nuclear es un tipo de radiación Cerenkov.

En la figura 14a mostramos las posiciones actuales de las ondas esféricas que se originan en diversas posiciones de una fuente durante su movimiento. El radio de cada esfera en este tiempo es el producto de la velocidad de la onda  $v$  y el tiempo  $t$  que ha transcurrido desde que la fuente estaba en su centro. La envolvente de estas ondas es un cono cuya superficie forma un ángulo  $\theta$  con la dirección del movimiento de la fuente. A partir de la figura obtenemos el resultado

$$\text{sen } \theta = \frac{v}{v_s}. \quad (41)$$

En las ondas que se forman en la superficie del agua el cono se reduce a un par de líneas que se intersecan. En aerodinámica la razón  $v_s/v$  se llama el *número Mach*. Un aeroplano que viaje a una velocidad supersónica genera un *cono Mach* similar al mostrado en la figura 14. Cuando el borde de ese cono intercepta al terreno que está abajo, oímos un “estampido sónico”, el cual (contrario a la creencia común) *no* tiene nada que ver con el aeroplano que “rompe la barrera del sonido”. El estampido sónico es simplemente el efecto total de la concentración sobre una superficie de la energía sónica irradiada por el aeroplano, la cual se irradiaría normalmente en todas direcciones a velocidades subsónicas. Como lo muestra la fotografía de la figura 14b, podría ser posible oír dos estampidos sónicos provenientes del mismo aeroplano, uno que partiese del borde anterior y otro que partiese del borde posterior. (Obsérvese también que el cono Mach nunca intercepta al proyectil en sí mismo; así, los pasajeros del aeroplano no oyen el estampido sónico.) ■

## PREGUNTAS

1. ¿Por qué no viaja el sonido en el vacío?
2. Liste algunas fuentes de ondas infrasonicas y de ondas ultrasónicas.
3. Las ondas ultrasónicas pueden emplearse para revelar estructuras internas del cuerpo humano. Por ejemplo, pueden distinguir entre los tejidos líquidos y los tejidos blandos del organismo humano mucho mejor que los rayos X. ¿Cómo? ¿Por qué se emplean aún los rayos X?
4. ¿Qué evidencia experimental existe para suponer que la velocidad del sonido en el aire es la misma para todas las longitudes de onda?
5. Ofrezca una explicación cualitativa de por qué la velocidad del sonido en el plomo es menor que en el cobre.
6. Las ondas transversales de una cuerda pueden ser polarizadas planas. ¿Pueden ser polarizadas las ondas de sonido?
7. Las campanas suelen tener un sonido menos agradable que el de un piano o el de un violín. ¿Por qué?
8. En una escuela hacen sonar una campana durante un tiempo corto. Después de un rato su sonido es inaudible. Trace las ondas de sonido y la energía que transfieren a partir del tiempo de emisión hasta que se vuelven inaudibles.
9. Cuando una orquesta “entra en calor”, el tono de los instrumentos de aliento se eleva y el de los instrumentos de cuerda decae. Explique por qué.
10. Explique cómo se afina un instrumento de cuerdas.
11. ¿Es la resonancia una característica deseable en todos los instrumentos musicales? Dé ejemplos.
12. Cuando se golpea una de las ramas del diapason, la otra rama vibra también, incluso cuando se afianza firmemente el mango de la horquilla en un tornillo de banco. ¿Por qué sucede esto? Es decir, ¿cómo “sabe” esa segunda rama de la horquilla que alguien ha golpeado a la otra?
13. ¿Cómo puede viajar una onda de sonido por un tubo de órgano y reflejarse en su extremo abierto? Parecería que allí no existe nada que la refleje.
14. ¿Cómo podemos localizar experimentalmente las posiciones de los nodos y de los antinodos en una cuerda, en una columna de aire, y sobre una superficie vibratoria?
15. Explique cómo se produce una nota al soplar a través de la parte superior de un tubo de pruebas. ¿Cuál sería el efecto de soplar más fuerte? ¿Cuál sería el efecto si se elevara a la temperatura del aire que está dentro del tubo de pruebas?
16. ¿Qué podría usted hacer para reducir el nivel de ruido en un taller de máquinas herramienta?
17. Las trompetas para niebla emiten sonidos de tono muy bajo. ¿Con qué objeto?
18. ¿Son siempre audibles como sonido las ondas longitudinales en el aire, cualquiera que sea la frecuencia o la intensidad? ¿Qué frecuencias producirían en una persona la mayor sensibilidad, la mayor tolerancia, y la gama más amplia?
19. ¿Cuál es el objetivo común de las válvulas de un cornetín y de la barra deslizante de un trombón? Un clarín no tiene válvulas. ¿Entonces cómo podemos hacer sonar notas diferentes en él? ¿A qué notas se limita la persona que toca un clarín? ¿Por qué?
20. Explique por qué el arco hace vibrar a una cuerda de violín.
21. ¿Cuál es el significado de cero decibeles? ¿Podría establecerse la intensidad de referencia del sonido audible con el

- fin de permitir niveles de sonido negativos en decibeles? De ser así, ¿cómo?
22. Explique los factores que determinan la gama de frecuencias y el timbre de nuestra voz.
  23. Explique el origen del sonido en un silbido ordinario.
  24. ¿Qué propiedades físicas de una onda sonora corresponden a las sensaciones humanas de tono, sonoridad, y timbre?
  25. ¿Cuál es la diferencia entre una nota de violín y la misma nota emitida por la voz humana que nos permite distinguir entre una y otra?
  26. ¿Suena nuestra voz al cantar realmente mejor en la regadera? De ser así, ¿cuáles son las razones físicas?
  27. Explique el sonido audible producido al rozar el borde de una copa de vino con el dedo húmedo.
  28. ¿Oscilaría una cuerda de violín punteada durante un tiempo más largo o más corto si el violín careciera de caja de resonancia? Explique.
  29. ¿Es una cuerda de violín frotada por el arco un ejemplo de oscilaciones amortiguadas forzadas? ¿Cómo sonaría la cuerda si no fuese amortiguada?
  30. Un tubo puede actuar como filtro acústico, discriminando el paso a través de él de sonidos de frecuencias diferentes de las frecuencias naturales del tubo. El silenciador de un automóvil es un ejemplo. (a) Explique cómo trabaja esta clase de filtro. (b) ¿Cómo podemos determinar la frecuencia de corte, por debajo de la cual no se transmite el sonido?
  31. Exponga los factores que mejoran la acústica en las salas de concierto.
  32. ¿Cuál es el efecto de usar un megáfono o de ahuecar las manos delante de la boca para proyectar la voz a distancia?
  33. Un relámpago disipa una cantidad enorme de energía y en esencia es instantáneo. ¿Cómo esa energía se transforma en las ondas sonoras del trueno? (Véase "Thunder", por Arthur A. Few, *Scientific American*, julio de 1975, pág. 80.)
  34. Las ondas sonoras pueden emplearse para medir la velocidad a la que fluye la sangre por arterias y venas. Explique cómo.
  35. Suponga que Jorge silba y que Gloria lo oye. Ella oíría una frecuencia aumentada si estuviese corriendo hacia Jorge o si Jorge estuviese corriendo hacia ella. ¿Son los aumentos de frecuencia iguales en cada caso? Suponga las mismas velocidades al correr.
  36. Suponga que, en el efecto Doppler del sonido, la fuente y el receptor están en reposo en algún marco de referencia pero el medio de transmisión (el aire) se está moviendo respecto a este marco. ¿Existirá un cambio en la longitud de onda, o en la frecuencia, recibida?
  37. Usted está parado en el centro de una carretera y hacia usted viene un autobús a una velocidad constante, haciendo sonar su claxon. ¿Se eleva, decae, o es constante el tono del claxon a causa del efecto Doppler?
  38. ¿Cómo podría emplearse el efecto Doppler en un instrumento para detectar el latido de un corazón fetal? (Tales mediciones se practican rutinariamente; véase "Ultrasound in Medical Diagnosis", por Gilbert D. Devey y Peter N. T. Wells, *Scientific American*, mayo de 1978, pág. 98.)
  39. Los murciélagos pueden conocer las características de los objetos (como su tamaño, forma, distancia, dirección, y movimiento) percibiendo la manera en que se reflejan hacia ellos los objetos mediante los sonidos de alta frecuencia que emiten. Exponga cualitativamente cómo afectan cada una de estas características a las ondas de sonido reflejadas. (Véase "Information Content of Bat Sonar Echoes", por J. A. Simmons, D. J. Howell, y N. Suga, *American Scientific*, marzo-abril de 1975, pág. 204).
  40. Supongamos que podemos detectar a un objeto por las ondas que rebotan de él (como en el caso del sonar o del radar, por ejemplo) siempre que el objeto sea más grande que la longitud de onda de las ondas. Consideremos luego que los murciélagos y las marsopas pueden emitir ondas sonoras de 100 kHz de frecuencia; sin embargo, los murciélagos pueden detectar objetos tan minúsculos como un insecto y, en cambio, las marsopas únicamente peces pequeños. ¿Por qué la diferencia?
  41. ¿Existe un efecto Doppler para el sonido cuando el observador o la fuente se mueven en ángulo recto con la línea que los une? ¿Cómo podemos entonces determinar el efecto Doppler cuando el movimiento tenga una componente en ángulo recto con esa línea?
  42. Dos buques con sirenas de vapor del mismo tono las hacen sonar en el puerto. ¿Cabe esperar que ello produzca un patrón de interferencia con regiones de intensidad alta y baja? Si no, ¿por qué no?
  43. Un satélite emite ondas de radio de frecuencia constante. Estas ondas se recogen en tierra y se las hace pulsar contra alguna frecuencia estándar. La frecuencia de pulsación se envía luego por un altavoz y uno "oye" las señales del satélite. Describa cómo cambia el sonido a medida que el satélite se aproxima, pasa por encima, y retrocede respecto al detector en tierra.
  44. ¿Cómo y en qué difieren los efectos Doppler de la luz y del sonido? ¿En qué aspecto son iguales?

## PROBLEMAS

Según sea necesario en los problemas, tome la velocidad del sonido en el aire = 343 m/s y la densidad del aire = 1.21 kg/m<sup>3</sup> a menos que se den otros valores.

### Sección 20-1 La velocidad del sonido

1. Para diagnosticar y examinar tumores en tejidos blandos se emplea un ultrasonido de 4.50 MHz de frecuencia. (a)

¿Cuál es la longitud de onda en el aire de esa onda de sonido? (b) Si la velocidad del sonido en el tejido humano es de 1500 m/s, ¿cuál es la longitud de onda de esta onda en el tejido?

- Si la longitud de onda del sonido es grande en un factor de alrededor de 10 con relación al recorrido libre medio de las moléculas, entonces las ondas de sonido pueden propagarse a través de un gas. En aire a la temperatura ambiente, el recorrido libre medio es de alrededor de  $0.1 \mu\text{m}$ . Calcule la frecuencia por encima de la cual no podrían propagarse las ondas de sonido.
- La figura 15 muestra una imagen notablemente detallada del transistor de un circuito microelectrónico, formada por un microscopio acústico. Las ondas de sonido tienen una frecuencia de 4.2 GHz. La velocidad de tales ondas en el helio líquido en el que se encuentra sumergido el espécimen es de 240 m/s. (a) ¿Cuál es la longitud de onda de estas ondas acústicas de frecuencia ultraelevada? (b) Los conductores a modo de listón en la figura tienen un ancho de unos  $2 \mu\text{m}$ , aproximadamente. ¿A cuántas longitudes de onda corresponde esta cantidad?

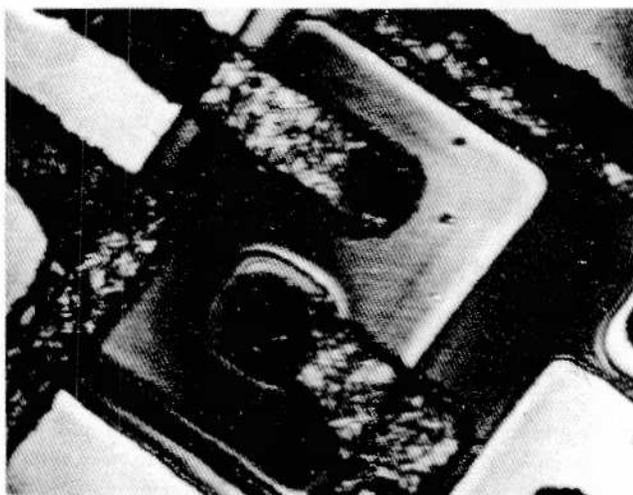


Figura 15 Problema 3.

- (a) Una regla para hallar la distancia a la que se forma un relámpago consiste en contar los segundos a partir del tiempo en que vemos el relámpago hasta que oímos el trueno y luego dividir esa cantidad entre 5. Si el resultado debe dar la distancia en millas. Explique esta regla y determine el porcentaje de error en ella a  $0^\circ \text{C}$  y 1 atm de presión. (b) Elabore una regla similar para calcular la distancia en kilómetros.
- Una columna de soldados que marcha a 120 pasos por minuto se mantiene al paso con la música de una banda que encabeza la columna. Se observa que los hombres que van atrás de la columna dan el paso con el pie izquierdo cuando los de la banda lo dan con el pie derecho. ¿Cuál es la longitud de la columna, aproximadamente?
- Está usted presente en un gran recinto de concierto al aire libre sentado a 300 m del micrófono del escenario. El

concierto está siendo radiado en vivo, en estéreo, alrededor del mundo vía satélite. Considere a un oyente a 5000 km de distancia. ¿Quién oye la música primero y con qué diferencia de tiempo?

- La velocidad del sonido en cierto metal es  $V$ . El extremo de un tubo largo de ese metal, de longitud  $L$ , se percute con un golpe fuerte. Un oyente en el otro extremo oye dos sonidos, uno que parte de la onda que ha viajado por el tubo y otro que parte de la onda que ha viajado por el aire. (a) Si  $v$  es la velocidad del sonido en el aire, ¿qué intervalo de tiempo  $t$  transcurre entre la llegada de los dos sonidos? (b) Un martillo golpea una barra larga de aluminio en un extremo. Un oyente, cuya oreja está cerca del otro extremo de la barra, oye el sonido del golpe dos veces, con un intervalo de 120 ms intermedio. ¿Cuál es la longitud de la barra?
- Los terremotos generan ondas de sonido en la Tierra. A diferencia de un gas, existen en un sólido ondas de sonido tanto transversales (S) como longitudinales (P). Típicamente, la velocidad de las ondas S es de alrededor de 4.5 km/s y la de las ondas P es de 8.2 km/s. Un sismógrafo registra las ondas P y S de un terremoto. Las primeras ondas P llegan 3 min antes que las primeras ondas S; véase la figura 16. ¿A qué distancia ocurre el terremoto?

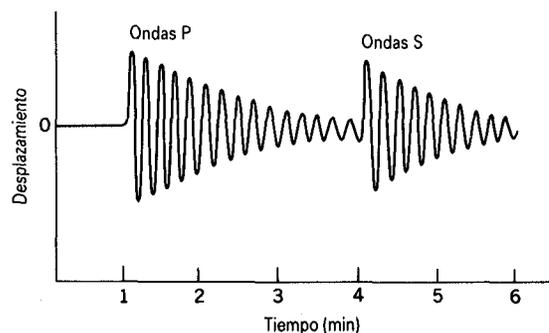


Figura 16 Problema 8.

- Una piedra se deja caer en un pozo. El sonido del chapoteo se oye 3.00 s más tarde. ¿Cuál es la profundidad del pozo?

Sección 20-2 Ondas viajeras longitudinales

- Una onda longitudinal sinusoidal continua se envía a lo largo de un resorte enrollado desde una fuente vibratoria unida a él. La frecuencia de la fuente es de 25 Hz, y la distancia entre enrarecimientos sucesivos en el resorte es de 24 cm. (a) Halle la velocidad de la onda. (b) Si el desplazamiento longitudinal máximo de una partícula del resorte es de 0.30 cm y la onda se mueve en dirección  $-x$ , escriba la ecuación de la onda. Considere que la fuente está en  $x = 0$  y el desplazamiento es  $s = 0$  en la fuente cuando  $t = 0$ .
- La presión de una onda sonora viajera está dada por la ecuación

$$\Delta p = (1.48 \text{ Pa}) \sin (1.07\pi x - 334\pi t),$$

donde  $x$  está en metros y  $t$  en segundos. Halle (a) la amplitud de la presión, (b) la frecuencia, (c) la longitud de onda, y (d) la velocidad de la onda.

**Sección 20-3 Potencia e intensidad de las ondas sonoras**

12. Demuestre que la intensidad  $I$  de la onda de sonido puede expresarse en términos de la frecuencia  $\nu$  y de la amplitud del desplazamiento  $s_m$  en la forma

$$I = 2\pi^2\rho\nu^2s_m^2.$$

13. Una fuente emite ondas esféricas isotrópicamente (es decir, con igual intensidad en todas las direcciones). La intensidad de la onda a 42.5 m de la fuente es de  $197 \mu\text{W}/\text{m}^2$ . Halle la salida de potencia de la fuente.
14. Una nota de 313 Hz de frecuencia tiene una intensidad de  $1.13 \mu\text{W}/\text{m}^2$ . ¿Cuál es la amplitud de las vibraciones del aire causadas por este sonido?
15. Una onda de sonido de  $1.60 \mu\text{W}/\text{cm}^2$  de intensidad atraviesa una superficie de  $4.70 \text{ cm}^2$  de área. ¿Cuánta energía pasa por la superficie en 1 h?
16. Halle la razón entre las intensidades de dos sonidos cuyos niveles de sonido difieren en 1.00 dB.
17. Cierta nivel de sonido se aumenta en 30 dB adicionales. Demuestre que (a) su intensidad aumenta en un factor de 1000 y (b) su amplitud de presión aumenta en un factor de 32.
18. Un vendedor asegura que un sistema de estéreo tiene 110 W de potencia de audio. Al probar el sistema con varias bocinas dispuestas de modo que simulen una fuente puntual, la compradora advierte que puede acercarse hasta 1.3 m, estando el sistema a pleno volumen, antes de que el sonido lastime sus oídos. ¿Puede ella denunciar a la firma ante la Procuraduría del Consumidor?
19. Cierta bocina produce un sonido con una frecuencia de 2.09 kHz y una intensidad de  $962 \mu\text{W}/\text{m}^2$  a una distancia de 6.11 m. Suponga que no existen reflexiones y que la bocina emite igualmente en todas las direcciones. (a) Halle la intensidad a 28.5 m. (b) Halle la amplitud del desplazamiento a 6.11 m. (c) Calcule la amplitud de presión a 6.11 m.
20. (a) Si dos ondas de sonido, una en el aire y la otra en el agua, son iguales en intensidad, ¿cuál es la razón entre la amplitud de presión de la onda en el agua a la de la onda en el aire? (b) Si, en vez de esto, las amplitudes de presión son iguales, ¿cuál es la razón entre las intensidades de las ondas? Suponga que el agua está a  $20^\circ \text{ C}$ .
21. Halle la densidad de energía de una onda de sonido a 4.82 km de una sirena de emergencia nuclear de 5.20 kW (véase la Fig. 17), suponiendo que las ondas son esféricas y que la propagación es isotrópica sin que exista absorción atmosférica.
22. Una fuente lineal (por ejemplo, un tren de carga largo en una vía recta) emite una onda expansiva cilíndrica. Suponiendo que el aire no absorbe energía, halle cómo dependen (a) la intensidad y (b) la amplitud de la onda de la distancia a la fuente. Desprecie las reflexiones y considere puntos cerca del centro del tren.

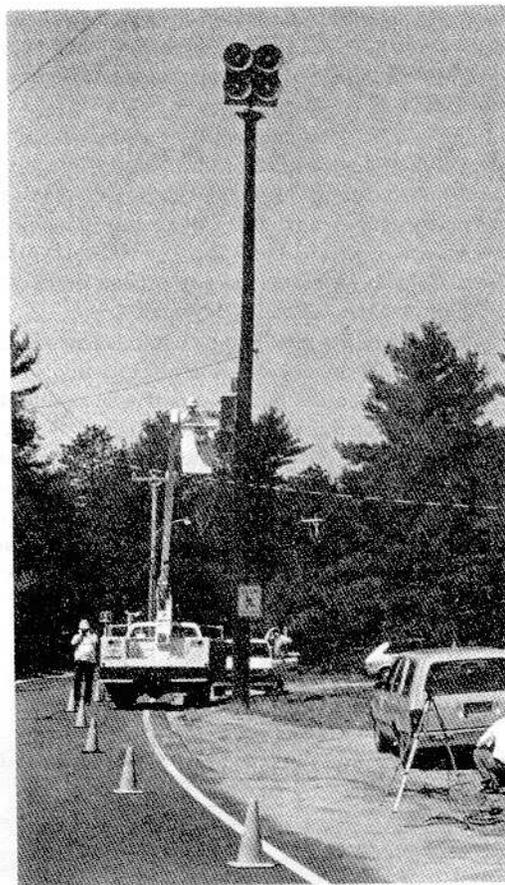


Figura 17 Problema 21.

23. En la figura 18 mostramos un interferómetro acústico, usado para demostrar la interferencia de las ondas de sonido.  $S$  es una fuente de sonido (por ejemplo, una bocina), y  $D$  es un detector de sonido, como lo es el oído o un micrófono. La trayectoria  $SBD$  puede variarse en longitud, pero la trayectoria  $SAD$  es fija. El interferómetro contiene aire, y se halla que la intensidad del sonido tiene un valor mínimo de  $10 \mu\text{W}/\text{cm}^2$  en una posición de  $B$  y sube continuamente hasta un valor máximo de  $90 \mu\text{W}/\text{cm}^2$  en una segunda posición a 1.65 cm de la primera. Halle (a) la frecuencia del sonido emitido por la fuente y (b) las amplitudes relativas de las ondas que llegan al detector para cada una de las dos posiciones de  $B$ . (c) ¿Por qué estas ondas tienen amplitudes diferentes, considerando que se originan en la misma fuente?
24. Está usted de pie a una distancia  $D$  de una fuente isotrópica de ondas sonoras. Camina 51.4 m hacia la fuente y observa que la intensidad de estas ondas se ha duplicado. Calcule la distancia  $D$ .
25. Calcule el nivel de sonido máximo posible en decibeles de las ondas sonoras en el aire. (Sugerencia: Tome la amplitud de presión igual a 1 atm.)
26. Suponga que el nivel de sonido promedio de la conversación humana es de 65 dB. ¿Cuántas personas se necesitan

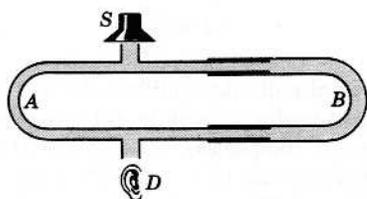


Figura 18 Problema 23.

para producir un nivel de sonido de 80 dB en un salón donde todos hablan al mismo tiempo a 65 dB?

27. Supongamos que el rumor de una hoja genera 8.4 dB de sonido. Halle el nivel de sonido de un árbol que tenga  $2.71 \times 10^5$  hojas.
28. En una prueba, un aeroplano de propulsión a chorro subsónico vuela a una altitud de 115 m. El nivel de sonido en tierra al pasar el aeroplano sobre el punto de observación es de 150 dB. ¿A qué altitud debe volar el aeroplano para que el ruido en tierra no supere los 120 dB, el umbral de dolor? Desprecie el tiempo finito necesario para que el sonido llegue al suelo.
29. Cierta bocina (suponiendo que sea una fuente puntual) emite 31.6 W de potencia acústica. A 194 m se halla un pequeño micrófono de  $75.2 \text{ mm}^2$  de área efectiva en su sección transversal. Calcule (a) la intensidad del sonido en el micrófono, (b) la potencia que incide en el micrófono, y (c) la cantidad de energía que choca contra el micrófono en 25.0 min.
30. Una onda sonora de 42.0 cm de longitud de onda entra en el tubo que se muestra en la figura 19. ¿Cuál debe ser el radio  $r$  más pequeño para que se escuche un mínimo en el detector?

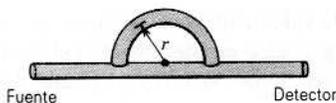


Figura 19 Problema 30.

31. Dos bocinas de un sistema de estéreo están separadas por una distancia de 2.12 m. Suponga que la amplitud del sonido que parte de cada bocina es la misma en la posición de un oyente que está a 3.75 m directamente enfrente de una de las bocinas; véase la figura 20. (a) ¿Para qué frecuencias en la gama audible (20 a 20,000 Hz) existirá una señal mínima? (b) ¿Para qué frecuencias es máximo el sonido?
32. Una fuente esférica de sonido está situada en  $P_1$  cerca de una pared reflejante AB, y en el punto  $P_2$  está colocado un micrófono, como se muestra en la figura 21. La frecuencia de la fuente de sonido es variable. Halle las dos frecuencias más bajas para las cuales la intensidad del sonido observada en  $P_2$  será un máximo. No existe cambio de fase con la reflexión; el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión.

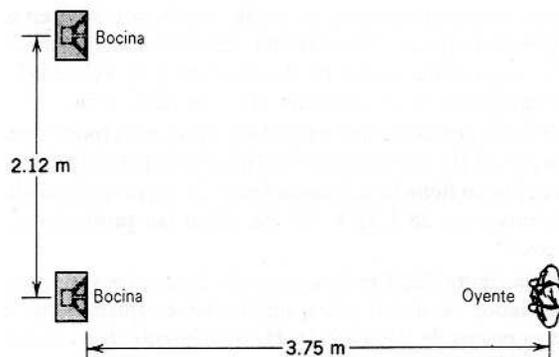


Figura 20 Problema 31.

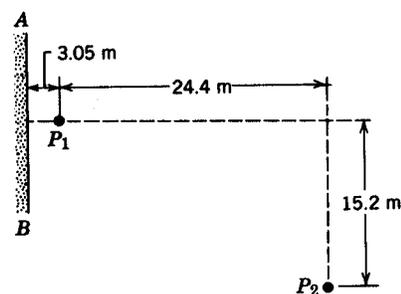


Figura 21 Problema 32.

33. Dos fuentes de sonido están separadas por una distancia de 5.00 m. Ambas emiten sonido a la misma amplitud y frecuencia, 300 Hz, pero están  $180^\circ$  fuera de fase. ¿En qué puntos a lo largo de la línea que los une será la intensidad del sonido la más grande?
34. El tiempo de reverberación de un auditorio o de una sala de conciertos es el necesario para que la intensidad del sonido (en  $\text{W/m}^2$ ) disminuya en un factor de  $10^6$ . El tiempo de reverberación depende de la frecuencia del sonido. Suponga que en una sala de conciertos en particular el tiempo de reverberación de una nota de cierta frecuencia es de 2.6 s. Si la nota se emite a un nivel de sonido de 87 dB, ¿cuánto tiempo le tomará al nivel de sonido caer a 0 dB (el umbral de audición del oído humano)?
35. Un gran reflector parabólico que tiene una abertura circular de 0.50 m de radio se usa para enfocar el sonido. Si la energía se emite desde el foco hasta el oído de un detective que escucha a través de un tubo de 1.0 cm de diámetro con una eficiencia del 12%, ¿a qué distancia puede captarse, de modo que se entienda, una conversación en tono de susurro? (Suponga que el nivel de un susurro es de 20 dB a 1.0 m de la fuente, considerada como puntual, y que el umbral de audición del oído humano es de 0 dB.)

Sección 20-4 Ondas longitudinales estacionarias

36. Las cuerdas de un violonchelo tienen una longitud  $L$ . (a) ¿En qué longitud  $\Delta L$  deben ser acortadas digitadas para cambiar el tono en una razón de frecuencia  $r$ ? (b) Halle  $\Delta L$ , cuando  $L = 80.0 \text{ cm}$  y  $r = \frac{6}{5}, \frac{5}{4}, \frac{4}{3}$  y  $\frac{3}{2}$ .

37. Una onda de sonido en un medio fluido se refleja en una barrera de modo que se forma una onda estacionaria. La distancia entre nodos es de 3.84 cm y la velocidad de propagación es de 1520 m/s. Halle la frecuencia.
38. Un pozo con costados verticales y agua en el fondo resuena a 7.20 Hz y a ninguna otra frecuencia más baja. El aire en el pozo tiene una densidad de  $1.21 \text{ kg/m}^3$  y un módulo volumétrico de  $1.41 \times 10^5 \text{ Pa}$ . ¿Qué tan profundo es el pozo?
39. En la figura 22,  $S$  es una pequeña bocina movida por un oscilador de audio y un amplificador, ajustable en las frecuencias de 1000 a 2000 Hz únicamente.  $D$  es un trozo de tubo cilíndrico de metal laminado de 45.7 cm de longitud y está abierto en ambos extremos. (a) ¿A qué frecuencias ocurrirá una resonancia cuando la frecuencia emitida por la bocina varíe entre 1000 y 2000 Hz? (b) Dibuje los nodos del desplazamiento para cada resonancia. Desprecie los efectos del extremo.

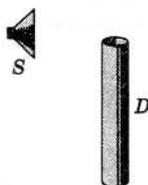


Figura 22 Problema 39.

40. El ancho de las terrazas de un anfiteatro en Los Angeles, California, figura 23, es de 36 in ( $\approx 0.914 \text{ m}$ ). El aplauso producido por una sola persona desde el centro del escenario se reflejará al escenario como un tono, ¿de qué frecuencia?

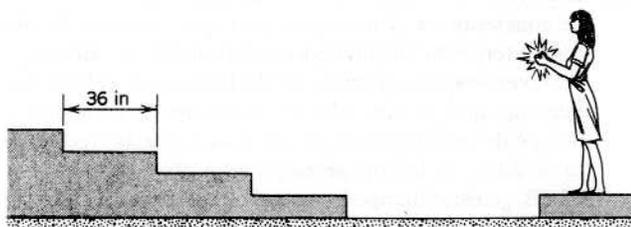


Figura 23 Problema 40.

41. Un túnel que pasa recto a través de una montaña amplifica en gran manera tonos a 135 y a 138 Hz. Halle la longitud más corta que puede tener el túnel.
42. El periodo de una estrella variable pulsante puede calcularse considerando que la estrella esté efectuando pulsaciones longitudinales radiales en el modo fundamental de una onda estacionaria; es decir, el radio varía periódicamente con el tiempo, con un antinodo de desplazamiento en la superficie. (a) ¿Cabe suponer que el centro de la estrella sea un nodo o un antinodo (de desplazamiento)? (b) Por analogía con el tubo de órgano abierto, demuestre que el periodo  $T$  de la pulsación está dado por

$$T = \frac{4R}{v_s},$$

donde  $R$  es el radio de equilibrio de la estrella y  $v_s$  es la velocidad media del sonido. (c) Las estrellas enanas blancas están compuestas de un material con un módulo volumétrico de  $1.33 \times 10^{22} \text{ Pa}$  y una densidad de  $1.0 \times 10^{10} \text{ kg/m}^3$ . Tienen radios iguales a 0.009 del radio solar. ¿Cuál es el periodo de pulsación aproximado de una estrella enana blanca? (Véase "Pulsating Stars", por John R. Percy, *Scientific American*, junio de 1975, pág. 66.)

43. En la figura 24, una barra está sujeta en su centro; un disco  $D$  colocado en su extremo se proyecta dentro de un tubo de vidrio que tiene granulillos de corcho esparcidos en su interior. El tubo está provisto de un émbolo  $P$  en el otro extremo. La barra se pone en vibración longitudinal y el émbolo se mueve hasta que los granulillos de corcho forman un patrón de nodos y antinodos (los granulillos forman bordes bien definidos en los antinodos de presión). Si conocemos la frecuencia  $\nu$  de las vibraciones longitudinales de la barra, una medición de la distancia promedio  $d$  entre antinodos sucesivos determina la velocidad del sonido  $v$  en el gas contenido en el tubo. Demuestre que

$$v = 2\nu d.$$

Éste es el método de Kundt para determinar la velocidad del sonido en diversos gases.

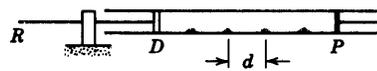


Figura 24 Problema 43.

### Sección 20-5 Sistemas vibratorios y fuentes de sonido

44. (a) Halle la velocidad de las ondas de una cuerda de violín de 820 mg y 22.0 cm de longitud si la frecuencia de la fundamental es de 920 Hz. (b) Calcule la tensión en la cuerda.
45. Si una cuerda de violín está afinada en cierta nota, ¿en qué factor deberá aumentarse la tensión en la cuerda si ha de emitir una nota del doble de la frecuencia original (es decir, una nota a una octava más alta)?
46. Cierta cuerda de violín tiene 30 cm de longitud entre sus extremos fijos y una masa de 2.0 g. La cuerda emite un La (440 Hz) cuando se pulsa sin digitar. ¿Dónde deberá ponerse el dedo para que suene un Do (528 Hz)?
47. Un tubo abierto de órgano tiene una frecuencia fundamental de 291 Hz. El primer sobretono ( $n = 3$ ) de un tubo cerrado de órgano tiene la misma frecuencia que el segundo armónico del tubo abierto. ¿Qué longitud tiene cada tubo?
48. Un tubo de 1.18 m de longitud está cerrado en un extremo. Cerca del extremo abierto se coloca un alambre tenso. El alambre tiene 33.2 cm de longitud y 9.57 g de masa. Está fijo en ambos extremos y vibra en su modo fundamental. Pone en vibración a la columna de aire del tubo a su frecuencia fundamental por resonancia. Halle (a) la fre-

cuencia de oscilación de la columna de aire y (b) la tensión en el alambre.

49. Una cuerda de violín de 30.0 cm con una densidad de masa lineal de 0.652 g/m está situada cerca de un bocina alimentada por un oscilador de audio de frecuencia variable. Se halla que la cuerda se pone en oscilación únicamente a las frecuencias de 880 Hz y 1320 Hz cuando la frecuencia del oscilador se varía continuamente dentro de la gama de 500 a 1500 Hz. ¿Cuál es la tensión en la cuerda?

### Sección 10-6 Pulsaciones

50. Un diapasón de frecuencia desconocida produce tres pulsaciones por segundo contra un diapasón estándar de 384 Hz de frecuencia. La frecuencia de la pulsación disminuye cuando se pone en una punta del primer diapasón un pequeño trozo de cera. ¿Cuál es la frecuencia de este diapasón?
51. Una cuerda La de un violín está un poco más tensa de la cuenta. Se oyen cuatro pulsaciones por segundo cuando se hace sonar junto con un diapasón que está vibrando precisamente al tono La de concierto (440 Hz). ¿Cuál es el periodo de vibración de la cuerda de violín?
52. Se le dan a usted cuatro diapasones. El diapasón con la frecuencia más baja vibra a 500 Hz. Usando dos diapasones al mismo tiempo, se escuchan las siguientes frecuencias de pulsación: 1, 2, 3, 5, 7, y 8 Hz. ¿Cuáles son las frecuencias posibles de los otros tres diapasones?
53. Se le dan a usted cinco diapasones, cada uno de ellos con una frecuencia diferente. Ensayando con cada par de diapasones, (a) ¿cuál es el número máximo de frecuencias de pulsación diferentes que podrían obtenerse? (b) ¿Cuál es el número mínimo de frecuencias de pulsación diferentes que podrían obtenerse?

### Sección 20-7 El efecto Doppler

54. Una fuente  $S$  genera ondas circulares en la superficie de un lago, mostrándose en la figura 25 el patrón de las crestas de las ondas. La velocidad de las ondas es de 5.5 m/s y la separación entre crestas es de 2.3 m. Usted está en un pequeño bote enfilado directamente hacia  $S$  a una velocidad constante de 3.3 m/s respecto a la orilla. ¿Qué frecuencia observa usted en las ondas?
55. ¿A qué frecuencia se oye el chillido de 15.8 kHz de las turbinas de los motores de un aeroplano que vuela a una velocidad de 193 m/s por el piloto de un segundo aeroplano que trata de adelantar al primero con una velocidad de 246 m/s?
56. Una ambulancia que emite un chillido de 1602 Hz se empareja y rebasa a un ciclista que pedalea una bicicleta a 2.63 m/s. Después de haberlo rebasado, el ciclista oye una frecuencia de 1590 Hz. ¿A qué velocidad se mueve la ambulancia?
57. Un silbato de 538 Hz de frecuencia se mueve en un círculo de 71.2 cm de radio con una velocidad angular de 14.7 rad/s. ¿Cuáles son (a) la frecuencia más baja, y (b) la frecuencia más alta captada por un oyente que está a gran distancia en reposo respecto al centro del círculo?

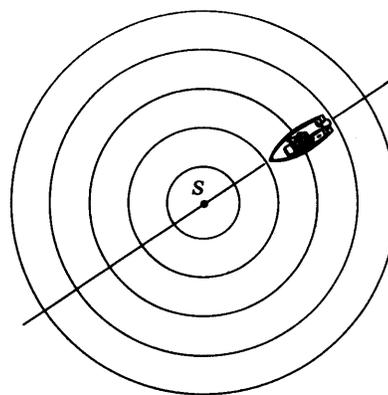


Figura 25 Problema 54.

58. En 1845, Buys Ballot probó por primera vez el efecto Doppler en el sonido. Colocó a un trompetista en un carro de plataforma jalado por una locomotora y a otro trompetista cerca de las vías. Si cada uno de los trompetistas tocaba una nota de 440 Hz, y si existían 4.0 pulsaciones por segundo cuando se aproximaban entre sí, ¿cuál era la velocidad de la plataforma?
59. Una bala se dispara con una velocidad de 2200 ft/s. Halle el ángulo formado por el cono de choque con la línea de movimiento de la bala.
60. Calcule la velocidad del proyectil ilustrado en la fotografía de la figura 14. Suponga que la velocidad del sonido en el medio en que está viajando el proyectil es de 380 m/s.
61. La velocidad de la luz en el agua es de  $2.25 \times 10^8$  m/s (alrededor de las tres cuartas partes de la velocidad en el vacío). Un haz de electrones a alta velocidad que parte de un betatrón emite radiación Cerenkov en el agua, formando el frente de onda un cono de un ángulo de  $58.0^\circ$ . Halle la velocidad de los electrones en el agua.
62. Dos diapasones idénticos oscilan a 442 Hz. Una persona está situada en alguna parte de la línea que los une. Calcule la frecuencia de la pulsación medida por este individuo si (a) está parado y quieto y los diapasones se mueven ambos hacia la derecha a 31.3 m/s, y (b) los diapasones están estacionarios y el oyente se mueve hacia la derecha a 31.3 m/s.
63. Un aeroplano vuela a 396 m/s a una altitud constante. El choque sónico llega a un observador en tierra 12.0 s después de que el aeroplano ha pasado sobre su cabeza. Halle la altitud del aeroplano. Suponga que la velocidad del sonido es de 330 m/s.
64. Un avión de propulsión a chorro pasa sobre un punto situado en tierra a una altura de 5140 m y a una velocidad de 1.52 Mach (1.52 veces la velocidad del sonido). (a) Halle el ángulo formado por la onda de choque con la línea de movimiento del avión. (b) ¿Cuánto tiempo tardará en llegar a tierra la onda de choque después de que el avión ha pasado sobre el punto? Use 331 m/s como velocidad del sonido.
65. La figura 26 muestra a un transmisor y a un receptor de ondas contenidos en un solo instrumento. Se emplean para medir la velocidad  $V$  de un objeto-blanco (idealizado

como una placa plana) que se mueve directamente hacia la unidad, analizando las ondas reflejadas por él. (a) Aplique las ecuaciones de Doppler dos veces, primero con el blanco como observador y luego con el blanco como fuente, y demuestre que la frecuencia  $\nu_r$  de las ondas reflejadas en el receptor se relaciona con la frecuencia  $\nu_s$  de su fuente según

$$\nu_r = \nu_s \left( \frac{v + V}{v - V} \right),$$

donde  $v$  es la velocidad de las ondas. (b) En un gran número de situaciones prácticas,  $V \ll v$ . En este caso, demuestre que la ecuación anterior se convierte en

$$\frac{\nu_r - \nu_s}{\nu_s} \approx \frac{2V}{v}.$$

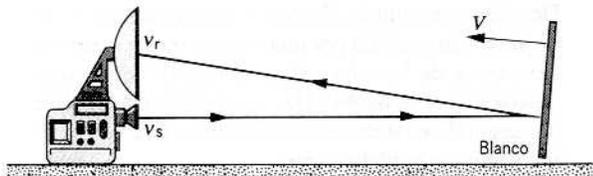


Figura 26 Problema 65.

66. Un aparato de sonar envía ondas de sonido de 148 kHz desde un auto de la policía a un camión que se aproxima con una velocidad de 44.7 m/s. Calcule la frecuencia de las ondas reflejadas detectada en el auto de la policía.
67. Una alarma acústica contra ladrones consta de una fuente que emite ondas de 28.3 kHz de frecuencia. ¿Cuál será la frecuencia de pulsación de las ondas reflejadas en un intruso que camine a razón de 0.95 m/s alejándose directamente de la alarma?
68. Una sirena que emite un sonido de 1000 Hz de frecuencia se mueve alejándose de usted hacia un peñasco con una velocidad de 10.0 m/s. (a) ¿Cuál es la frecuencia del sonido que usted oye directamente procedente de la sirena? (b) ¿Cuál es la frecuencia del sonido que usted oye reflejándose en el peñasco? (c) Halle la frecuencia de la pulsación. ¿Podría usted oír las pulsaciones? Considere que la velocidad del sonido en el aire es de 330 m/s.
69. Una persona que viaja en un auto sopla una trompeta que suena a 438 Hz. El auto avanza hacia una pared a 19.3 m/s. Calcule (a) la frecuencia del sonido como se recibiría en la pared y (b) la frecuencia del sonido reflejado que regresa a la fuente.
70. Dos submarinos se encuentran en ruta de colisión frontal durante unas maniobras en el Atlántico Norte. El primer submarino se mueve a 20.2 km/h y el segundo a 94.6 km/h. El primero envía una señal de sonar (onda sonora en el agua) de 1030 Hz. Las ondas de sonar viajan a 5470 km/h. (a) El segundo submarino capta la señal. ¿Qué frecuencia oye el detector de sonar de este segundo submarino? (b) El primer submarino capta la señal reflejada. ¿Qué fre-

cuencia oye el detector de sonar de este primer submarino? Véase la figura 27. El océano está en calma; suponga que no hay corrientes.



Figura 27 Problema 70.

71. Un auto de la policía hace sonar su sirena cuando se mueve a 27 m/s y se aproxima a un peatón estacionario. El policía que va en el auto oye la sirena a 12.6 kHz pero el peatón la oye a 13.7 kHz. Halle la temperatura del aire. (Suponga que la velocidad del sonido aumenta linealmente con la temperatura entre 0° C y 20° C; véase la tabla 1.)
72. En una conferencia sobre las desviaciones Doppler de las ondas ultrasónicas (de alta frecuencia) usadas en el diagnóstico médico, los autores decían: "La frecuencia de la onda ultrasónica incidente se desvía en unos 1.3 Hz/MHz aproximadamente por cada milímetro por segundo que se mueva una estructura en el cuerpo". ¿Qué velocidad de las ondas ultrasónicas en el tejido humano puede usted deducir de tal afirmación?
73. Un murciélago revolotea en una cueva, navegando muy eficazmente al utilizar emisiones ultrasónicas (emisiones cortas de sonido de alta frecuencia que duran un milisegundo o menos y se repiten varias veces por segundo). Suponga que la frecuencia de la emisión de los sonidos de un murciélago es de 39.2 kHz. Durante una zambullida rápida en línea recta hacia una pared de superficie plana, el murciélago se mueve a 8.58 m/s. Calcule la frecuencia del sonido del eco que escucha el murciélago reflejado por la pared.
74. Un submarino que se mueve hacia el norte con una velocidad de 75.2 km/h respecto al fondo del océano emite una señal de sonar (ondas sonoras en el agua empleadas de modo similar al radar; véase la tabla 1) de 989 Hz de frecuencia. Si en ese punto el océano tiene una corriente que se mueve hacia el norte a 30.5 km/h con relación a tierra, ¿qué frecuencia capta un buque que es arrastrado por la corriente al norte del submarino? (Sugerencia: Todas las velocidades que aparecen en las ecuaciones Doppler deben considerarse respecto al medio.)
75. Una sirena 2000 Hz y un oficial de la defensa civil están ambos en reposo con respecto a la Tierra. ¿Qué frecuencia oye el oficial si el viento sopla a 12 m/s (a) de la fuente hacia el observador y (b) del observador hacia la fuente?
76. Dos trenes que corren en vías paralelas viajan uno hacia el otro a 34.2 m/s con relación al suelo. Un tren hace sonar el silbato a 525 Hz. (a) ¿Qué frecuencia se oirá en el otro tren en aire tranquilo? (b) ¿Qué frecuencia se oirá en el otro tren si el viento sopla a 15.3 m/s paralelo a las vías y hacia el silbato? (c) ¿Qué frecuencia se oirá si se invierte la dirección del viento?