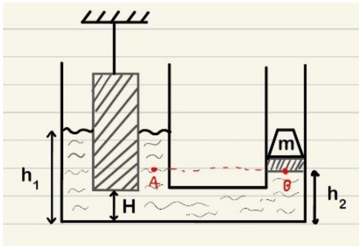
Soluciones – Primer parcial - 25/09/2023

Ejercicio 1



a) Sean A y B $\Rightarrow P_A = P_B$

$\Rightarrow P_0 + \rho_f \cdot g \cdot (h_1 - h_2) = P_0 + m \cdot g/S_2$

$\Rightarrow$ **m =** $\rho_f \cdot S_2 \cdot (h_1 - h_2)$ = **2,4 kg**

b) $T + E = m_b \cdot g$

$T + \rho_f \cdot V_S \cdot g = \rho_m \cdot V \cdot g$

$\Rightarrow (\rho_m \cdot V - \rho_f \cdot V_S) \cdot g < T_{máx}$

$\Rightarrow A \cdot (\rho_m \cdot L - \rho_f \cdot L_{rot}) \cdot g = T_{máx}$

$\Rightarrow L_{rot} = \rho_m \cdot L/\rho_f - T_{máx}/\rho_f \cdot A \cdot g = 9{,}8$ cm

$\Rightarrow$ **h_{rot} =** $L_{rot} + H$ = **14,8 cm**

c) Fluido incompresible $\Rightarrow \Delta V_1 = \Delta V_2$

$(h_1 - h_{rot}) \cdot (S_1 - A) = ⅓ \cdot S_1 \cdot (h_2' - h_2)$

$\Rightarrow h_2' = 3(h_1 - h_{rot})(S_1 - A)/S_1 + h_2 = 0{,}072$ m

$\Rightarrow m' = \rho_f \cdot S_2 \cdot (h_{rot} - h_2') = 1{,}52$ kg

$\Rightarrow$ **Δm =** m' – m = **-0,88 kg**

Ejercicio 2

a) * Continuidad: $S_1 \cdot v_1 = x \cdot S_1 \cdot (v_2 + v_3)$

$x > ⅗ \Rightarrow v_1 > ⅗ \cdot (v_2 + v_3) = 3$ m/s

$\Rightarrow v_1 > v_2, v_3$

* Bernoulli entre (1) y (2): $P_1 + ½ \rho v_1^2 = P_0 + ½ \rho v_2^2$

$\Rightarrow P_1 = P_0 + ½ \rho (v_2^2 - v_1^2) < P_0$

b) * Bernoulli entre (1) y (3): $P_1 + ½ \rho v_1^2 = P_0 + ½ \rho v_3^2 - \rho \cdot g \cdot H$

$\Rightarrow P_0 + ½ \rho v_2^2 = P_0 + ½ \rho v_3^2 - \rho \cdot g \cdot H$

$\Rightarrow$ **H =** $(v_3^2 - v_2^2)/2g$ = **0,255 m**

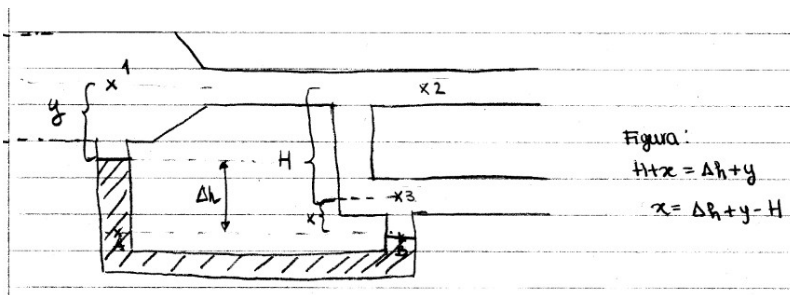
c) * $v_1 = ⅔ \cdot (v_2 + v_3) = 3{,}33$ m/s

$\Rightarrow$ Por parte a), $P_1 = 96456$ Pa

Como $P_1 + \rho \cdot g \cdot H = 98944 \text{ Pa} < P_0$

$\Rightarrow$ El fluido de densidad ρ' tiene mayor altura en la rama izquierda.

d)



Estática: $P_A = P_1 + \rho g y + \rho' \cdot g \cdot \Delta h = P_B$

$P_B = P_3 + \rho g x = P_0 + \rho \cdot g \cdot (\Delta h + y - H)$

$\Rightarrow P_1 + \rho' \cdot g \cdot \Delta h = P_0 + \rho \cdot g \cdot \Delta h - \rho \cdot g \cdot H$

$\Rightarrow$ **Δh =** $(P_0 - P_1 - \rho \cdot g \cdot H) / g \cdot (\rho' - \rho)$ = **3,59 cm**

Ejercicio 3

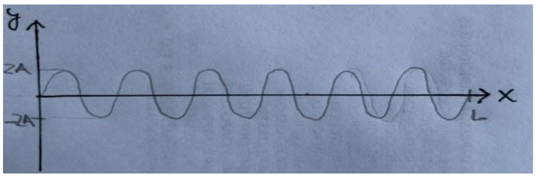
a) $\boldsymbol{\lambda_1 = \lambda_2 =}$ $v/f = (T/\mu)^{-1/2}/f =$ **0,52 m**

b) $y_1(x, t) = A\cdot\text{sen}(kx - \omega t)$
$y_2(x, t) = A\cdot\text{sen}(kx + \omega t + \phi)$
donde $k = 2\cdot\pi/\lambda = 12{,}1\ m^{-1}$ y $\omega = 2\cdot\pi\cdot f = 1885\ s^{-1}$

c) $\boldsymbol{y(x, t) =}$ $y_1(x, t) + y_2(x, t) = A\cdot\text{sen}(kx - \omega t) + A\cdot\text{sen}(kx + \omega t + \phi)$
$\Rightarrow y(x, t) = 2A\cdot\text{sen}(kx + \phi/2)\cos(\omega t + \phi/2)$
Esta expresión no corresponde a una onda viajera ($y(x,t)=f(x\pm vt)$). Para este $y(x,t)$, existen posiciones x para las que el desplazamiento vertical es nulo para todo tiempo (nodos) y posiciones para las que el desplazamiento vertical es un máximo o mínimo para todo tiempo (antinodos). Se trata entonces de una onda estacionaria.

d) Usando las condiciones de borde:
En $x = 0$,
$y(0, t) = 2A\cdot\text{sen}(\phi/2)\cos(\omega t + \phi/2) = 0$
$\Rightarrow$ $\boldsymbol{\phi = 0}$ (solución más simple posible)

e) En $x = L$,
$y(L, t) = 2A\cdot\text{sen}(kL)\cos(\omega t + \phi/2) = 0$
$\Rightarrow kL = n\pi \Rightarrow 2\pi L/\lambda = n\pi$, n=1,2,3,...
$\Rightarrow \lambda_n = 2L/n$
Para $L = 6\ \lambda_1$ se tiene n = 12



Ejercicio 4:

a) En el helio: $L_1 = (2n - 1)\cdot\lambda_1/4$, n = 1, 2, 3, ...
Máxima longitud de onda posible si n = 1: $L_1 = \lambda_1/4$
$\lambda_1 = v_{s,helio} / f = 2{,}058$ m
$\Rightarrow$ $\boldsymbol{L_1 = 0{,}51}$ **m**

En el aire: $L_2 = m\cdot\lambda_2/2$, m = 1, 2, 3, ...
Máxima longitud de onda posible si m = 1: $L_2 = \lambda_2/2$
$\lambda_2 = v_{s,aire} / f = 0{,}686$ m
$\Rightarrow$ $\boldsymbol{L_2 = 0{,}34}$ **m**

b) CB: $\Delta P_{helio}(x=0, t) = \pm$ máx, $\forall t$ (antinodo) (1)
$\Delta P_{helio}(x=L_1, t) = 0, \forall t$ (nodo) (2)

$\Delta P_{helio}(x, t) = A_{helio}\cdot\text{sen}(k\cdot x + \phi)\cos(\omega t)$

(1) $\Delta P_{helio}(x=0, t) = A_{helio}\cdot sen(\phi)cos(\omega t) = \pm$ máx, $\forall t$

$\Rightarrow sen(\phi) = \pm 1 \Rightarrow \phi = \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2, \ldots$

$\Rightarrow \Delta P_{helio}(x, t) = A_{helio}\cdot cos(k\cdot x)cos(\omega t)$

(2) $\Delta P_{helio}(x=L_1, t) = A_{helio}\cdot cos(k\cdot L_1)cos(\omega t) = 0, \forall t$

$\Rightarrow cos(k\cdot L_1) = 0 \Rightarrow k\cdot L_1 = \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2, \ldots$

$\Rightarrow k = (2n - 1)\cdot\pi/2L_1$, $n = 1, 2, 3, \ldots$

$\boldsymbol{\lambda =} 2\pi/k = \mathbf{4L_1/(2n-1)}$ (observe que se recupera la expresión usada en a)

c) $L_1 = 150$ cm, $L_2 = 40$ cm

$L_1 = (2n-1)\cdot v_{s,helio} / 4f$, $n = 1, 2, 3, \ldots$ (3)

$L_2 = m\cdot v_{s,aire} / 2f$, $m = 1, 2, 3, \ldots$ (4)

Haciendo (3)/(4)

$L_1/L_2 = (2n-1)\cdot v_{s,helio} / 2m\cdot v_{s,aire}$

$\Rightarrow (2n-1)/2m= 5/4$

Como quiero m, n enteros más chicos,

n = 3, m = 2

$\Rightarrow$ $\mathbf{f_{mín} = 857{,}5\ Hz}$