

Física 2 – Solución Segundo Parcial 29 de noviembre de 2021

Ejercicio 1 [30 pts]

a) El proceso A-B es un proceso adiabático, entonces:

$$P_A V_A^\gamma = P_B V_B^\gamma \quad (1)$$

Despejando γ de la ecuación anterior y sustituyendo por los valores de presión y volumen se obtiene que:

$$\gamma = \frac{\log(\frac{P_B}{P_A})}{\log(\frac{V_A}{V_B})} = 1,4 = \frac{7}{5} \quad (2)$$

Lo que corresponde a un γ para un gas ideal con cinco grados de libertad.

b) Para calcular los calores intercambiados, es conveniente conocer la temperatura de cada estado en función de la presión y el volumen, para ello aplicamos la ley de los gases ideales a los estados A, B, C y D, obteniendo:

$$T_A = \frac{P_A V_A}{nR}, T_B = \frac{P_B V_B}{nR}, T_C = \frac{P_C V_C}{nR}, T_D = \frac{P_D V_D}{nR} \quad (3)$$

El calor intercambiado en el proceso A-B es nulo ya que se trata de un proceso adiabático. $Q_{AB} = 0$.

El proceso B-C es un proceso isóbaro por lo tanto:

$$Q_{BC} = c_p n (T_C - T_B) = \frac{7}{2} R n (T_C - T_B) \quad (4)$$

Uniendo la ecuación 4 con las expresiones 3 para las temperaturas T_B y T_C se obtiene que

$$Q_{BC} = \frac{7}{2} (P_C V_C - P_B V_B) = \frac{7}{2} P_B (V_C - V_B) = 324 \text{ kJ} \quad (5)$$

El proceso C-D es un proceso isotérmico. Para un gas ideal la variación de energía interna en un proceso isotérmico es nula, por lo tanto, usando la primera ley de la termodinámica se tiene que $Q_{CD} = -W_{CD}$, donde W_{CD} es el trabajo sobre el sistema.

$$Q_{CD} = -W_{CD} = nRT_D \log\left(\frac{V_D}{V_C}\right) = P_D V_D \log\left(\frac{V_D}{V_C}\right) = 132 \text{ kJ} \quad (6)$$

El proceso D-A es un proceso isóbaro, por lo que operando de forma análoga a como se hizo en el proceso B-C se tiene:

$$Q_{DA} = \frac{7}{2} (P_A V_A - P_D V_D) = \frac{7}{2} P_A (V_A - V_D) = -350 \text{ kJ} \quad (7)$$

c) La eficiencia de una máquina térmica es

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{out}|}{|Q_{in}|} \quad (8)$$

En nuestro caso $Q_{in} = Q_{BC} + Q_{CD}$ y $Q_{out} = Q_{DA}$ por lo tanto

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{DA}|}{|Q_{BC} + Q_{CD}|} = 0,23 \quad (9)$$

d) La variación de entropía del universo en un ciclo de la maquina térmica es

$$\Delta S = \Delta S_{sistema} + \Delta S_{entorno} \quad (10)$$

Como se trata de un ciclo $\Delta S_{sistema} = 0$ y como los intercambios de calor se dan con reservas térmicas a $T_H = 3000K$ y $T_L = 400K$ se tiene que

$$\Delta S = \Delta S_{entorno} = -\frac{|Q_{in}|}{T_H} + \frac{|Q_{out}|}{T_L} = 723 \text{ J/K} \quad (11)$$

e) Para minimizar la variación de entropía del universo los calores deberían intercambiarse con reservas térmicas a la máxima y mínima temperatura a la que opera el ciclo, es decir, a las temperaturas de los estados C y A respectivamente. En este caso, el cociente vale $\frac{T_H}{T_L} = \frac{P_C V_C}{P_A V_A} = 6$

Ejercicio 2 [30 pts]

- a) Para calcular el volumen inicial $V_1 = l_1 A$ suponemos que en el estado inicial, el pistón no está tocando ninguno de los topes y por lo tanto aplicando la segunda ley de Newton al pistón se tiene:

$$-mg - kl_1 - P_0 A + P_1 A = 0 \implies l_1 = \frac{(P_1 - P_0)A - mg}{k} = 0,87 \text{ m} \quad (12)$$

Se ve que $l_1 > 2L$ por lo tanto en el estado inicial el pistón está tocando los topes superiores y $V_1 = 2LA = 0,0024 \text{ m}^3$. El pistón no se moverá hasta que la presión del gas disminuya a P_2 y sea capaz de moverse en equilibrio.

$$-mg - kL - P_0 A + P_2 A = 0 \implies P_2 = P_0 + \frac{mg}{A} + \frac{kL}{A} = 244 \text{ kPa} \quad (13)$$

La temperatura T_2 se determina utilizando la ley de los gases ideales:

$$T_2 = \frac{P_2 V_2}{nR} \implies T_2 = \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} T_1 = 1161 \text{ K} \quad (14)$$

Donde se substituyó $nR = \frac{P_1 V_1}{T_1}$.

La presión P_3 del gas justo cuando el pistón toca los topes inferiores también puede determinarse con la segunda ley de Newton:

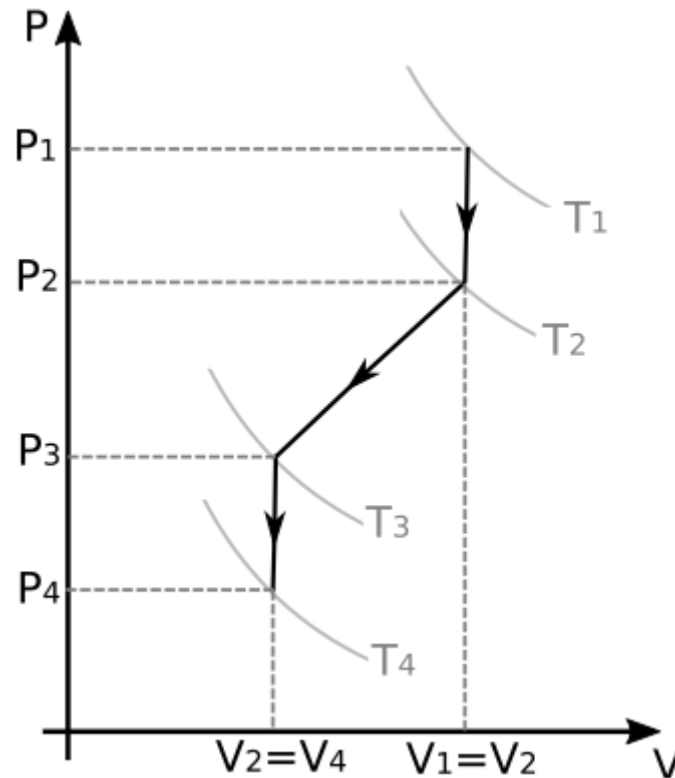
$$-mg - kL - P_0 A + P_3 A = 0 \implies P_3 = P_0 + \frac{mg}{A} + \frac{kL}{A} = 178 \text{ kPa} \quad (15)$$

Teniendo la presión P_3 y el volumen $V_3 = LA = 0,0012 \text{ m}^3$, se determina la temperatura T_3 con la ley de los gases ideales:

$$T_3 = \frac{P_3 V_3}{nR} \implies T_3 = \frac{P_3 V_3}{P_1 V_1} T_1 = 422 \text{ K} \quad (16)$$

Se observa que T_3 es mayor que la temperatura final T_4 , entonces el volumen final $V_4 = V_3 = 0,0012 \text{ m}^3$ y la presión final P_4 es

$$P_4 = \frac{nRT_4}{V_4} \implies P_4 = \frac{P_1 V_1 T_4}{T_1 V_4} = 126 \text{ kPa} \quad (17)$$



- b) El trabajo en todo el proceso es igual al trabajo realizado de ir del estado 2 al 3 ya que los procesos 1-2 y 3-4 son procesos isócoros, entonces:

$$W = W_{23} = (V_2 - V_3)P_3 + \frac{(V_2 - V_3)(P_2 - P_3)}{2} = 253 \text{ J} \quad (18)$$

La variación de energía interna en todo el proceso es

$$\Delta U = c_v n (T_4 - T_1) = \frac{5}{2} R n (T_4 - T_1) = \frac{5}{2} \frac{P_1 V_1}{T_1} (T_4 - T_1) = -2021 \text{ J} \quad (19)$$

Donde se usó que $c_v = \frac{5}{2} R$ ya que se trata de un gas ideal diatómico. Teniendo la variación de energía interna y el trabajo sobre el gas, puede calcularse el calor intercambiado por medio de la primera ley de la Termodinámica:

$$Q = \Delta U - W = -2274 \text{ J} \quad (20)$$

- c) Se tiene que se le entregó $Q = 2274 \text{ J}$ al hielo que está a una temperatura de 0°C , por lo tanto la masa de hielo derretida es:

$$m = \frac{Q}{L_f} = 6,8 \text{ g} \quad (21)$$

Donde L_f es el calor latente de fusión del agua.

- d) La variación de entropía del universo es

$$\begin{aligned} \Delta S &= \Delta S_{\text{sistema}} + \Delta S_{\text{entorno}} \\ \Delta S_{\text{sistema}} &= c_p n \log\left(\frac{V_4}{V_1}\right) + c_v n \log\left(\frac{P_4}{P_1}\right) = -2,68 \text{ J/K} \\ \Delta S_{\text{entorno}} &= \frac{Q}{T_{\text{Hielo}}} = 8,33 \text{ J/K} \\ \Delta S &= 5,64 \text{ J/K} \end{aligned} \quad (22)$$