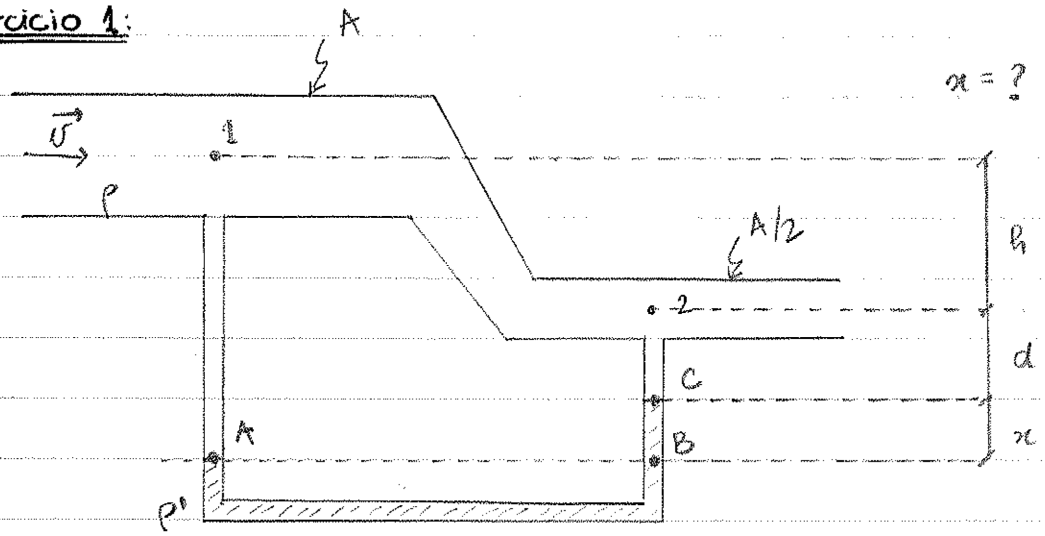
Tema | 1º PARCIAL - 1º SEMESTRE - 2018 | Fecha:

<u>Ejercicio 1</u>:

a)



Por un lado, sabemos que: $P_A = P_B$

Donde, por hidrostática: $\begin{cases} P_A = P_1 + \rho g (h + d + x) \\ P_B = P_2 + \rho g d + \rho' g x \end{cases}$

$$\Rightarrow P_1 + \rho g h + \cancel{\rho g d} + \rho g x = P_2 + \cancel{\rho g d} + \rho' g x$$

$$\Rightarrow P_2 - P_1 = \rho g h + (\rho - \rho') g x \qquad (1)$$

Por otro lado, planteando Bernoulli sobre una línea de flujo que une 1 y 2:

$$P_1 + \rho g h + \frac{\rho v^2}{2} = P_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}$$

Por continuidad: $\cancel{A} v = \frac{\cancel{A}}{2} v_2 \Rightarrow v_2 = 2v$

$$\Rightarrow P_2 - P_1 = \rho g h + \frac{\rho v^2}{2}(1 - 4) = \rho g h - \frac{3}{2}\rho v^2 \qquad (2)$$

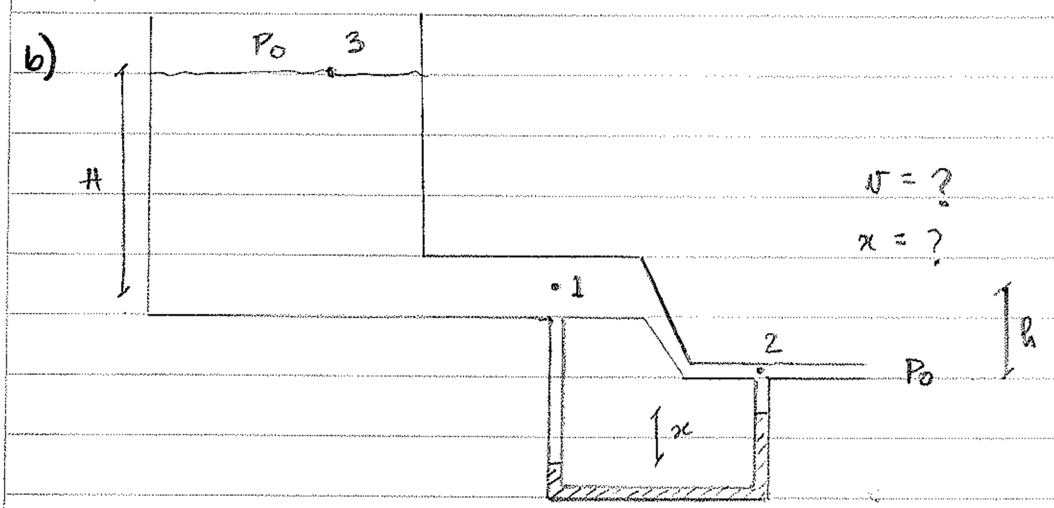
Notas:

Igualando las ec. (1) y (2):

$$\cancel{\rho g h} + (\rho-\rho')gx = \cancel{\rho g h} - \frac{3}{2}\rho v^2$$

$$\Rightarrow (\rho'-\rho)gx = \frac{3}{2}\rho v^2 \Rightarrow \boxed{x = \frac{3}{2}\frac{v^2}{g}\left(\frac{\rho}{\rho'-\rho}\right)}$$

b)



Planteando Bernoulli a lo largo de una línea de flujo que une 3 y 2:

$$\cancel{P_0} + \rho g(H+h) + \cancel{\frac{\rho v_3^2}{2}}^{\,0} = \cancel{P_0} + \frac{\rho v_2^2}{2}$$

$$\Rightarrow \cancel{\rho} g(H+h) = \frac{\cancel{\rho}\, 4v^2}{2} \Rightarrow g(H+h) = 2v^2$$

$$\Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{g(H+h)}{2}}}$$

Notas:

Sustituyendo en la expresión obtenida para x (parte (a)):

$$x = \frac{3}{2} \frac{\cancel{g}(H+h)}{2\cancel{g}} \left(\frac{\rho}{\rho' - \rho} \right)$$

$$\Rightarrow \boxed{x = \frac{3}{4}(H+h)\left(\frac{\rho}{\rho' - \rho} \right)}$$

c) Planteando Bernoulli a lo largo de una línea de flujo que une 3 y 1:

$$P_0 + \rho g H = P_1 + \frac{\rho v^2}{2}$$

$$\Rightarrow P_1 = P_0 + \rho g H - \frac{\rho v^2}{2}$$

Sustituyendo lo obtenido en la parte (b):

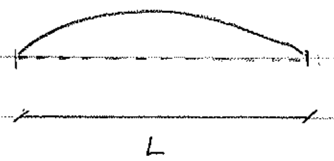
$$P_1 = P_0 + \rho g H - \frac{\rho}{2} \frac{g(H+h)}{2}$$

$$\Rightarrow P_1 = P_0 + \rho g \left[H - \frac{H}{4} - \frac{h}{4} \right] = P_0 + \frac{\rho g}{4}(3H - h)$$

Entonces, $P_1 > P_0$ si : $3H - h > 0 \Rightarrow 3H > h \Rightarrow H > \frac{h}{3}$

Ejercicio 2:

a)



$T' = 80N \Rightarrow f_1' = 400 Hz$

$T = ? \Rightarrow f_1 = 440 Hz$

Sabemos que: $\lambda_1 = 2L \Rightarrow \dfrac{v}{f_1} = 2L \Rightarrow \dfrac{1}{f_1}\sqrt{\dfrac{T}{\mu}} = 2L$

$$\Rightarrow \frac{T}{\mu} = 4L^2 f_1^2 \Rightarrow T = (4L^2\mu) f_1^2$$

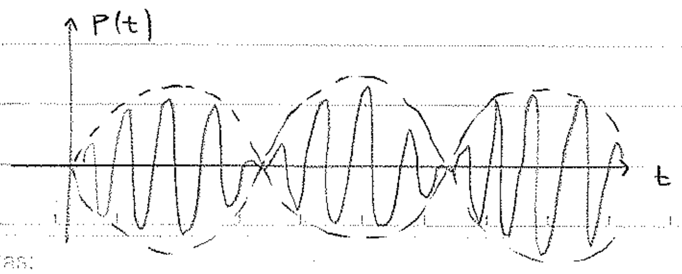
Se observa que: $\left.\begin{array}{l} T' = 80N \\ f_1' = 400 Hz \end{array}\right\} \Rightarrow 4L^2\mu = \dfrac{T'}{f_1'^2}$

Entonces: $T = \dfrac{T'}{f_1'^2} f_1^2 \Rightarrow T = 80N \dfrac{(440 Hz)^2}{(400 Hz)^2} \Rightarrow \boxed{T = 97 N}$

b) $\begin{cases} P_1(t) = P_M \operatorname{sen}(\omega_1 t) \\ P_2(t) = P_M \operatorname{sen}(\omega_2 t) \end{cases}$

$$\Rightarrow P(t) = P_1(t) + P_2(t) = P_M \left[\operatorname{sen}(\omega_1 t) + \operatorname{sen}(\omega_2 t) \right] =$$

$$= 2P_M \operatorname{sen}\left(\underbrace{\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}}_{\text{ALTA FRECUENCIA}} t\right) \cos\left(\underbrace{\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}}_{\text{BAJA FRECUENCIA.}} t\right)$$



Se escucha un sonido de $\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ modulado en amplitud por una sinusoide de $\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$.

Notas:

Entonces, la frecuencia de la onda resultante está dada por:

$$\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \Rightarrow \boxed{f = \frac{f_1 + f_2}{2}}$$

Finalmente, el batido está dado por la intensidad de la onda, que es proporcional al cuadrado de la amplitud:

$$I \propto \left\{ 2P_M \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \right\}^2$$

$$\Rightarrow I \propto \cos^2\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) = \frac{1 + \cos((\omega_1 - \omega_2)t)}{2}$$

De modo que la frecuencia del batido será:

$$\omega_{bat} = |\omega_1 - \omega_2| \Rightarrow \boxed{f_{bat} = |f_1 - f_2|}$$

c) i) El observador percibe: $\begin{cases} f_1 = 440\,Hz & \text{de la estudiante en reposo} \\ f_2 \neq f_1 & \text{del estudiante en movimiento.} \end{cases}$

Tenemos: $f_2 = f_1 \dfrac{v}{v - v_c} \Rightarrow f_2 (v - v_c) = f_1 v$

$$\Rightarrow f_2 v_c = v(f_2 - f_1) \Rightarrow v_c = v\left(1 - \frac{f_1}{f_2}\right)$$

Notas:

Por otro lado: $f_2 > f_1$

$\Rightarrow f_{bat} = f_2 - f_1 = 20\,Hz$

$\Rightarrow f_2 = f_1 + 20\,Hz \Rightarrow f_2 = 460\,Hz$

Sustituyendo en la expresión para v_c:

$$v_c = 343\,m/s \left(1 - \frac{440\,Hz}{460\,Hz}\right) \Rightarrow v_c = 15\,m/s$$

ii) Después que la camioneta rebasó al observador, éste percibe una frecuencia f_2', dada por:

$$f_2' = f_1 \frac{v}{v + v_c} = 440\,Hz \frac{343\,m/s}{343\,m/s + 15\,m/s}$$

$\Rightarrow f_2' = 421{,}6\,Hz$

Por lo tanto: $f_{bat}' = f_1 - f_2' \Rightarrow f_{bat}' = 18{,}4\,Hz$

iii) La frecuencia oída por el observador está dada por la frecuencia media (ver parte (b)). Entonces:

$$f_{antes} = \frac{f_1 + f_2}{2} = \frac{(440 + 460)\,Hz}{2} \Rightarrow \boxed{f_{antes} = 450\,Hz}$$

$$f_{después} = \frac{f_1 + f_2'}{2} = \frac{(440 + 421{,}6)\,Hz}{2} \Rightarrow \boxed{f_{después} = 430{,}8\,Hz}$$

Notas: