Solución primer parcial - Física 2 segundo semestre

8 de octubre de 2011

Ejercicio 1 (15 puntos)

Parte a: Los estados iniciales están definidos y la masa total m_T en todo el sistema es constante, en particular, es igual a la masa total inicial: $m_T = m_{1A} + m_{1B} = m_{2A} + m_{2B}$.

$$\left.\begin{aligned} m_{1A} &= \frac{P_{1A}V_A}{RT_{1A}} \approx 1.05\,\mathrm{kg} \\ m_{1B} &= \frac{P_{1B}V_B}{RT_{1B}} \approx 0.12\,\mathrm{kg} \end{aligned}\right\} \Longrightarrow \boxed{m_T = m_{1A} + m_{1B} \approx 1.17\,\mathrm{kg}}$$

Parte b: El sistema alcanza un equilibrio termodinámico, lo que implica que en el estado final el aire está en un estado uniforme donde $P_{2A} = P_{2B} = P_2$ y $T_{2A} = T_{2B} = T_2$. Como ambos recintos son adiabáticos, se tiene que todo el sistema es adiabático con lo cual ${}_1Q_2^{sist} = 0$. Además, como ambos recintos son rígidos los volúmenes de A y B son constantes, por lo tanto ${}_1W_2^{sist} = 0$. Si planteamos la primera ley de la termodinámica para todo el sistema se tiene que,

$$\begin{aligned} {}_1\Delta U_2^{sist} &= {}_1Q_2^{sist} +_1 W_2^{sist} = 0 \\ &= {}_1\Delta U_2^{A} +_1 \Delta U_2^{B} = m_{2A}c_vT_2 - m_{1A}c_vT_{1A} + m_{2B}c_vT_2 - m_{1B}c_vT_{1B} = 0 \\ &= c_v\left[m_TT_2 - (m_{1A}c_vT_{1A} + m_{1B}c_vT_{1B})\right] = 0 \end{aligned}$$

donde en esta última ecuación ya se ha utilizado el vínculo de masa constante $m_T = m_{2A} + m_{2B}$. De esta última ecuación puede despejarse el valor de T_2 buscado que es igual en ambos recintos:

$$\boxed{T_2 = \frac{m_{1A}T_{1A} + m_{1B}T_{1B}}{m_T} \approx 569.2\,\mathrm{K}}$$

Parte c: Una vez hallada la temperatura final T_2 hallar la presión P_2 es simplemente aplicar la ecuación de estado de los gases ideales en el estado uniforme final: $P_2V_T = m_TRT_2$, donde $V_T = V_A + V_B = 0.4\,\mathrm{m}^3$. Con lo cual:

$$\boxed{P_2 = \frac{m_TRT_2}{V_T} \approx 477.8\,\mathrm{kPa}} \Longrightarrow \left\{\begin{aligned} m_{2A} &= \tfrac{P_2V_A}{RT_2} \approx 0.88\,\mathrm{kg} \\ m_{2B} &= \tfrac{P_2V_B}{RT_2} \approx 0.29\,\mathrm{kg} \end{aligned}\right.$$

Pregunta 1 (8 puntos)

Parte a: Despreciando el peso de la columna de aire en el tubo sumergido, se tiene que la presión en la parte inferior de dicho tubo es P_o. Por lo tanto, P_o es la presión de ese nivel y se debe cumplir que $P_a + \rho g H_2 = P_o$, de lo que se obtiene:

$$\boxed{P_a = P_o - \rho g H_2}$$

Parte b: Sabiendo que la presión al nivel donde está sumergida la parte inferior del tubo es P_o, podemos plantear *Bernoulli* entre dicho nivel y la salida de agua por la canilla inferior (también a presión P_o), de lo que se obtiene que:

$$P_0 + \rho g H_1 = P_o + \rho g Y_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} \Longrightarrow \boxed{v_1 = \sqrt{2g(H_1 - Y_1)}}$$

Parte c: En el momento que se abre la válvula de la canilla, como la presión dentro del tanque a esa altura es menor que P_o (la presión atmosférica afuera del tanque), lo que sucede es que empieza a entrar aire hacia el tanque.

Ejercicio 2 (12 puntos)

Parte a: Llamemos $y_1 = 12\,\mathrm{m}$ y $y_2 = 1.2\,\mathrm{m}$. Dado que existe una línea de continuidad del fluido entre la parte superior del tanque A y el orificio C, podemos aplicar *Bernuolli* entre dicho puntos, con lo que se obtiene:

$$P_0 + \rho g y_1 = P_o + \rho g y_2 + \frac{\rho v_C^2}{2} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{v_C = \sqrt{2g(y_1 - y_2)} \approx 14.5\,\mathrm{m/s}}$$

Parte b: Llamemos P_B y v_B a la presión y velocidad del fluido en el interior del recinto cilíndrico B respectivamente. La ecuación de continuidad nos dice que: $A_C v_C = A_B v_B$, donde A_B y A_C pueden ser calculados a partir de los radios $r_B = 0.1\,\mathrm{m}$ y $r_C = 0.04\,\mathrm{m}$, obteniéndose:

$$A_B = \pi r_B^2 \approx 0.031\,\mathrm{m}^2 \qquad A_C = \pi r_C^2 \approx 0.005\,\mathrm{m}^2$$

Asumiendo que la presión en P_B sea igual a la presión en la base del tubo vertical abierto a la atmósfera, y planteando *Bernoulli* entre el punto superior del tanque A y el interior del tanque B, se halla que:

$$\left.\begin{aligned} &P_o + \rho g h_1 = P_B \\ &P_o + \rho g y_1 = P_B + \rho g y_2 + \frac{\rho v_B^2}{2} \\ &A_C v_C = A_B v_B \end{aligned}\right\} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{h_1 = (y_1 - y_2) - \frac{1}{2g}\left(\frac{A_C}{A_B}\right)^2 v_C^2 \approx 10.5\,\mathrm{m}}$$

Parte c: La situación en regimen no cambia. La altura h_2 es igual a h_1.

Pregunta 2 (5 puntos)

El estado inicial de la sustancia está dado, y a partir de los datos de P_1, T_1 y m se podría incluso calcular el volumen inicial de la sustancia como: $V_1 = mRT_1/P_1 \approx 0.574\,\mathrm{m}^3$ (aunque la solución final no depende de este valor).

El calor de transfiere lentamente entonces podemos asumir que estamos en presencia de un proceso cuasiestático. En particular, la presión está bien definida para todos los instantes del proceso, y dado que la sustancia está sometida a la presión atmosférica P_o y el peso del pistón (todas magnitudes constantes) el proceso que realiza la sustancia en un proceso a presión constante. Entonces, se tiene que: $\boxed{P_2 = P_1 = P = 150\,\mathrm{kPa}}$

El estado final es un estado de equilibrio termodinámico, en particular, un estado de equilibrio térmico con la reserva de temperatura no variable, por lo tanto se tiene que: $\boxed{T_2 = T_R = 600\,\mathrm{K}}$

Finalmente, resta plantear la primera ley de la termodinámica a la sustancia y despejar el valor de ${}_1Q_2$, identificando que el trabajo sobre la sustancia en un proceso a presión constante es ${}_1W_2 = -P(V_2 - V_1)$. Con lo que se tiene que:

$$\begin{aligned} {}_1Q_2 &= {}_1\Delta U_2 - {}_1 W_2 \\ &= mc_v(T_2 - T_1) + P(V_2 - V_1) \\ &= m(c_v + R)(T_2 - T_1) = mc_p(T_2 - T_1) \quad \Longrightarrow \quad \boxed{{}_1Q_2 \approx 150.5\,\mathrm{kJ}} \end{aligned}$$