Física 2 – Solución del Examen – Julio 2012

20 de julio de 2012

Ejercicio 1

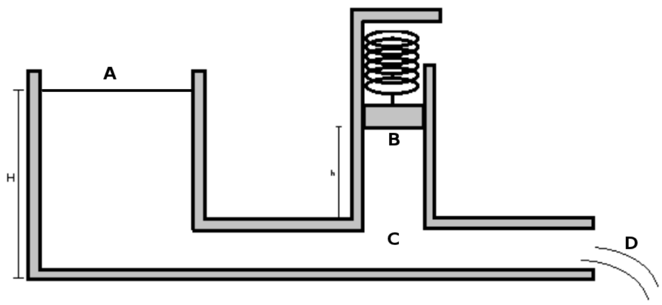
Parte A: La medida del instrumento indica el resultado del peso del objeto menos el empuje, que coincide con la fuerza elástica F_k que está realizando el resorte. Cuando la masa m de densidad ρ_1 está sumergida en agua, se cumple la siguiente ecuación:

$$E_1 = mg - F_{k1} = \rho_{agua} V g \quad \longrightarrow \quad V = \frac{mg - F_{k1}}{g\rho_{agua}} = 30 \times 10^{-6}\ m^3$$

Por tanto la densidad del objeto es: $\rho_1 = m/V = 6000$ kg/m^3. Para determinar la densidad ρ_2 del líquido desconocido realizamos:

$$E_2 = mg - F_{k2} = \rho_2 V g \quad \longrightarrow \quad \rho_2 = \frac{mg - F_{k1}}{gV} = 1200\ kg/m^3$$

Parte B: Denominemos punto A a la parte superior del tanque, punto B al punto justo por debajo del pistón, punto C al punto de la tubería por debajo del sistema pistón-cilindro y punto D a la descarga. Estos puntos se muestran en la figura a continuación.



Aplicando Bernoulli podemos hallar la velocidad a la que fluye el fluido por la tubería:

$$P_0 + \rho g H = P_0 + \frac{\rho v_D^2}{2} \quad \longrightarrow \quad v_D = v_C = \sqrt{2gH}$$

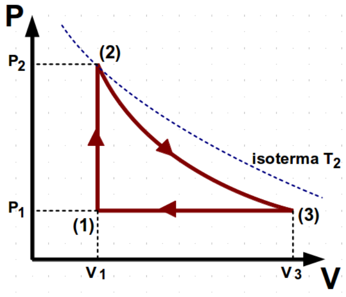
Aplicando Bernoulli entre A y C se obtiene:

$$P_0 + \rho g H = P_C + \frac{\rho v_C^2}{2} \quad \longrightarrow \quad P_C = P_0$$

Debido a que en el sistema pistón-cilindro el líquido está en reposo, la relación entre P_B y P_C es $P_B = P_C - \rho g h = P_0 - \rho g h$. De aplicar un balance de fuerzas en el pistón resulta que: $P_0 A - k\Delta x = P_B A = (P_O - \rho g h)A$, de donde se obtiene: $\Delta x = \rho g A h / k$.

Ejercicio 2

Parte a: El proceso 1–2 es un proceso a volumen constante, el proceso 2–3 es un proceso adiabático y el proceso 3–1 es un proceso a presión constante. El diagrama P–V puede apreciarse a continuación:



parte b: Para un gas monoatómico se tiene $\gamma = 5/3$. El trabajo realizado por la sustancia es W, el calor recibido por la sustancia es Q_H y el entregado es Q_L. Las expresiones pedidas son:

- $W^{sust} = {}_3W_1^{sust} + {}_2W_3^{sust} = -P_1(V_3 - V_1) - \frac{P_3V_3 - P_2V_2}{\gamma-1} = -nR\left(\frac{T_3-T_2}{\gamma-1} + (T_3 - T_1)\right)$
- $Q_H = {}_1\Delta U_2 = nc_V(T_2 - T_1) = \frac{3nR}{2}(T_2 - T_1)$
- $Q_L = {}_3\Delta U_1 + {}_3W_1^{sust} = nc_V(T_1 - T_3) + P_1(V_1 - V_3) = n(c_V + R)(T_1 - T_3) = \frac{5nR}{2}(T_1 - T_3)$

parte c: Como se cumple $P_3V_3^\gamma = P_2V_2^\gamma$ y $P_3V_3/T_3 = P_2V_2/T_2$, se obtiene que se cumple: $T_3 = T_2(V_2/V_3)^{(\gamma-1)} = T_2(V_1/V_3)^{(\gamma-1)}$. Como el proceso 3–1 es a presión constante se tiene que $V_3/T_3 = V_1/T_1$, y por lo tanto se despeja:

$$T_3 = \left(T_2T_1^{(\gamma-1)}\right)^{1/\gamma}$$

parte d: Sea Δs la variación de entropía por unidad de mol. Se tiene una reserva térmica de alta a una temperatura $T_H = 300$ K y una reserva térmica de baja a $T_L = 3$ K. En un ciclo completo se tiene que $\Delta s^{ciclo} = 0$. Por tanto se obtiene que:

$$\Delta s^{univ} = \Delta s^{R.T_H} + \Delta s^{R.T_L} + \Delta s^{ciclo} = -\frac{q_L}{T_L} - \frac{q_H}{T_H}$$

Con las temperatura T_1 y T_2 dadas, la temperatura T_3 obtenida es $T_3 \approx 151.6$ K. Utilizando las expresiones halladas calculamos $q_H = Q_H/n \approx 1.25$ kJ/mol y $q_L = Q_L/n \approx -1.07$ kJ/mol, de donde finalmente se obtiene $\Delta s^{univ} \approx 0.35$ kJ/mol K.

Ejercicio 3

parte a: Se tienen dos frecuencias consecutivas $f_n = 315$ Hz y $f_{(n+1)} = 420$ Hz en una cuerda con dos extremos fijos, por tanto, estas frecuencias deben cumplir:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \qquad f_{(n+1)} = \frac{(n+1)v}{2L}$$

Despejando se obtiene que el número de armónico para el que esto ocurre es $n = 3$, y la velocidad de una perturbación en el medio es $v \approx 158.76$ m/s. Como la tensión cumple $v = \sqrt{T/\rho}$

se tiene que $T = \rho v^2 = (m/L)v^2 \approx 100$ N.

parte b: La frecuencia fundamental en la cuerda cumple: $f_0^{cuerda} = v/2L \approx 105$ Hz.

parte c: La frecuencia fundamental en un tubo como el descripto cumple: $f_0^{tubo} = v_s/4L^{tubo}$, y se quiere que $f_0^{tubo} = f_0^{cuerda}$. Por tanto se obtiene $L^{tubo} \approx 0.82$ m.

parte d: ρ es la densidad lineal de la cuerda. Sea A la sección de la cuerda. Que ambas cuerdas sean del mismo material implica que tienen la misma densidad volumétrica $\rho_v = m/AL = \rho/A$. Entonces, si la sección de esta nueva cuerda no es modificada, la densidad lineal no es modificada.

- **d.i:** Aumenta la longitud al doble, llamemos $L^{'}$ a la nueva longitud tal que $L^{'} = 2L$. Dado que $v = \sqrt{T/\rho}$ y tanto la tensión T como la densidad lineal ρ es la misma que la de la cuerda anterior, la velocidad v no cambia al tener una cuerda del doble de largo. Por otro lado, la nueva frecuencia fundamental $f_0^{'}$ debe cumplir $f_0^{'} = v/2L^{'} = v/4L = f_0/2$, lo que demuestra que la frecuencia fundamental disminuye a la mitad.

- **d.ii:** Aumenta la sección de la cuerda al doble, llamemos $A^{'}$ a la nueva sección de la cuerda tal que $A^{'} = 2A$. En este caso tenemos que $\rho_v = \rho/A = \rho^{'}/A^{'}$, y entonces $\rho^{'} = (A^{'}/A)\rho = 2\rho$: la densidad lineal de la cuerda aumenta al doble. Como resultado $v^{'} = \sqrt{T/\rho^{'}} = \sqrt{T/2\rho} = v/\sqrt{2}$: la velocidad disminuye por un factor $\sqrt{2}$. Nuevamente, la nueva frecuencia fundamental debe cumplir: $f_0^{'} = v^{'}/2L = v/2\sqrt{2}L = f_0/\sqrt{2}$. De lo que se obtiene que la frecuencia fundamental también disminuye en un factor de $\sqrt{2}$.