Segundo parcial de Matemática Discreta 1

Jueves 5 de diciembre de 2013

N^{O} Parcial	Nombre y apellido	Cédula

Sugerencia: Sea cuidadoso al pasar las respuestas, lo completado aquí será lo único tenido en cuenta a la hora de corregir la sección de múltiple opción.

MÚLTIPLE OPCIÓN

1	2	3

Ejercicios de desarrollo (total 36 puntos).

Ejercicio 1

En $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$ se quiere definir una relación de equivalencia $\mathcal{R}$ tal que:

- la clase de 2 tenga tres elementos;
- la clase de 8 tenga cuatro elementos;
- $(2, 11) \notin \mathcal{R}$;
- $(7, 8) \in \mathcal{R}$;
- haya exactamente cuatro clases.

¿Cuántas relaciones de equivalencia se pueden definir en Ω con las condiciones anteriores?

Ejercicio 2

Sea $G = (V, E)$ un grafo con n vértices.

1. Probar que si G es conexo con $n-1$ aristas entonces G es un árbol.

2. Probar que si G tiene $n-2$ aristas, entonces G no es conexo.

Ejercicio 3

El cuadro de fútbol del barrio es tan bueno que nunca pierde dos partidos seguidos. Si la liga consiste en n partidos, determine la cantidad de resultados distintos que podría obtener transcurrida la liga (esto es, la cantidad de secuencias distintas de n términos pertenecientes al conjunto { ganar, empatar, perder } con la condición mencionada arriba).
Sugerencia: modele el problema con una sucesión definida por recurrencia.

Los ejercicios 1, 2 y 3 que siguen son de múltiple opción, (total 24 puntos).
Correcta: 8 puntos, Incorrecta: -2 punto, sin responder: 0 punto.

1. Si $a_{n+2} = 4a_{n+1} - 4a_n + 7$, $a_0 = 6$ y $a_1 = 7$, entonces

(A) $a_7 = 682$

(B) $a_7 = 775$

(C) $a_7 = 512$

(D) $a_7 = 826$

(E) $a_7 = 915$

2. Sea K_6 el grafo completo con vértices $V = \{a, b, c, d, e, f\}$. ¿Cuántos subgrafos con conjunto de vértices no vacío tiene K_6?

(A) $\displaystyle\sum_{i=1}^{5} C_i^6 \times 2^{\frac{i(i-1)}{2}}$

(B) $\displaystyle\sum_{i=1}^{6} C_i^6 \times 2^{i(i-1)}$

(C) $\displaystyle\sum_{i=0}^{6} C_i^6 \times 2^{\frac{i(i-1)}{2}}$

(D) $\displaystyle\sum_{i=1}^{6} C_i^6 \times 2^{i}$

(E) $\displaystyle\sum_{i=1}^{6} C_i^6 \times 2^{\frac{i(i-1)}{2}}$

3. En un conjunto A con 5 elementos, se considera la relación R con matriz:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Entonces:

(A) R es simétrica, reflexiva, y no es transitiva

(B) R es de equivalencia

(C) R es transitiva, y no es ni relación de orden ni de equivalencia

(D) R es antisimétrica, reflexiva y no es transitiva

(E) R es de orden