

Primer parcial de Matemática Discreta 1

Segundo semestre, 2021

Viernes 01 de octubre de 2021

Nº Parcial	Nombre y apellido	Cédula

Ejercicios de desarrollo (total 32 puntos)

En cada ejercicio se debe argumentar detalladamente cada paso del razonamiento mediante el cual se llega al resultado final.

1. Ejercicio:

Se considera la sucesión $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ definida de la siguiente forma:

$$a_n = 3.a_{n-1} + 5.a_{n-2}, \text{ para todo } n \geq 2, a_1 = 3, \text{ y } a_0 = \frac{6}{5}.$$

- Calcular los primeros términos de la sucesión (sug.: calcule varios).
- Demostrar que $a_n > 4^n$, para todo $n \geq k$.
 - Hallar k .
 - Demostrar por I.C. a partir del k hallado en el ítem anterior (sug.: usar I.C. fuerte).

Nota útil: $4^4 = 256$, $4^5 = 1024$, $4^6 = 4096$.

2. Ejercicio:

- Una maestra quiere hacer una actividad sobre alimentación saludable, llevando a clase envases de distintos alimentos. Estos pueden contener (o no) octógonos negros de cuatro tipos: exceso de azúcares, exceso de grasas, exceso de grasas saturadas y exceso de sodio. ¿Cuántos envases tiene que llevar como mínimo, para asegurar que hay al menos dos envases distintos con exactamente los mismos octógonos?

b) Luego de haber hecho esta experiencia en todas las escuelas del país, la maestra tiene envases con todo tipo de variantes de octógonos, que lleva consigo para su segunda experiencia. En una bolsa gigante y oscura lleva lápices de colores y marcadores resaltadores. Hay muchísimos lápices de 10 colores distintos y muchísimos resaltadores con 5 variantes de colores fluorescentes y 6 variantes de colores pastel. Distribuye en el salón de actos sus envases, pone uno de cada tipo, y pone la bolsa tipo Papá Noel, en el medio del salón de actos. Cada niño pasa al centro, toma un objeto (lápiz o marcador resaltador), y lo pone en cualquier envase que el niño elija. Los niños no ven qué eligen de la bolsa. En la escuela hay 387 alumnos. Al finalizar la experiencia, ¿puedes asegurar que hay un lápiz o resaltador del mismo tipo y color repetido en algún envase?

3. Ejercicio:

¿De cuántas formas podemos repartir 20 pelotitas idénticas en cuatro cajas numeradas de forma que: cada una de las primeras dos cajas contengan una cantidad par de pelotitas, cada una de las dos últimas contengan una cantidad impar de pelotitas, y que la última caja contenga no más de 3 pelotitas?

4. Ejercicio:

En un colegio de magia ingresan 143 estudiantes nuevos, que deben ser distribuidos en cuatro casas. ¿Cuántas formas hay de hacerlo, si en cada casa se albergarán entre 30 y 40 estudiantes?

(Los estudiantes se consideran indistinguibles).