

Número de Parcial

Cédula

Primer Apellido

Matemática Discreta 1

Primer Parcial

Miércoles 26 de setiembre de 2018

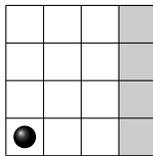
El parcial dura tres horas, cada ejercicio múltiple opción vale cuatro puntos y no se restan puntos.

No está permitido usar calculadora ni "material".

MO1	MO2	MO3	MO4	MO5

Ejercicios de Múltiple Opción

Ejercicio MO1: Se tiene un tablero de 4 filas y 4 columnas como el de la figura y se tiene una ficha en la casilla inferior izquierda. Se la quiere llevar a alguna casilla de la columna pintada de gris, con movimientos hacia la derecha y hacia arriba ¿De cuántas formas se puede hacer?



- A) 34 B) 35 C) 70 D) 126

Ejercicio MO2: Sea la función

$$f(x) = \frac{x}{12 - 2x - 2x^2}.$$

Si $f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$, hallar a_8 .

- A) $a_8 = \frac{1}{5} \left(\frac{1}{2^8} - \frac{1}{3^8} \right)$
 B) $a_8 = \frac{1}{10} \left(\frac{1}{2^8} - \frac{1}{3^8} \right)$
 C) $a_8 = \frac{3}{5} (-2^8 + 3^8)$
 D) $a_8 = -2^7$

Ejercicio MO3: Una maestra de escuela reparte un cubo por cada alumno pidiéndoles que pinten cada cara de rojo o azul. Al terminar ponen los cubos en una bolsa ¿Cuál es la mínima cantidad de niños para la cual seguro hay dos cubos indistinguibles?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 64

Ejercicio MO5: Se tira un dado 5 veces. Calcular la cantidad de maneras en las que la suma de las 5 tiradas es exactamente 15.

Aclaración: importa el orden de las tiradas.

- A) 651 B) 652 C) 653 D) 931

Ejercicio MO4: Consideremos la sucesión $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ que para todo $n \in \mathbb{N}$ cumple:

$$a_{n+2} + a_{n+1} = 2a_n$$

Hallar a_2 sabiendo que $a_1 = 2046$ y $a_{11} = 0$.

- A) $a_2 = -2044$
 B) $a_2 = 2044$
 C) $a_2 = 2048$
 D) $a_2 = 2052$

Ejercicios de Desarrollo

Ejercicio de Desarrollo 1: (10 pts) Consideramos la sucesión a_n que satisface

$$a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2} + 3a_{n-3} \quad \forall n \geq 3,$$

con $a_0 = 1, a_1 = 2, a_2 = 3$. Demuestre que existe n_0 tal que $2^n \leq a_n \leq 3^n$ para todo $n \geq n_0$.

Ejercicio de Desarrollo 2: Demostrar las siguientes igualdades.

Sugerencia: usar un argumento combinatorio.

1) (5 pts)

$$n^m = \sum_{i=1}^n \binom{n}{i} \text{Sob}(m, i)$$

2) (5 pts)

$$\text{Sob}(m+1, n) = n(\text{Sob}(m, n-1) + \text{Sob}(m, n))$$